

Sesuai
Standar Isi
KURIKULUM 2013

Desain Pembelajaran Matematika Untuk Melatihkan **HIGHER ORDER THINKING SKILLS**



Editor
Heri Retnawati



Editor: Heri Retnawati

DESAIN PEMBELAJARAN MATEMATIKA UNTUK MELATIHKAN HOTS



Buku ini terdiri dari 5 (lima) bab yang terbagi menjadi 3 (tiga) bagian utama. Bagian pertama membahas tentang *Higher Order Thinking Skills (HOTS)* dalam pembelajaran matematika, yang terdiri dari (1) satu bab yang berisi penjelasan mengenai *higher order thinking skills* dan karakteristik pembelajaran yang dapat digunakan untuk melatih *HOTS*. Bagian kedua adalah **Implementasi Model-Model Pembelajaran Berbasis Masalah untuk Melatihkan HOTS**, yang terdiri dari (3) tiga bab yang masing-masing berisi *Problem Based Learning* pada Pembelajaran Matematika SMP, *Creative Problem Solving (CPS)* pada Pembelajaran Matematika SMA, dan Model Pembelajaran Kalkulus Berbasis Masalah (MPK-BM) pada Pembelajaran Matematika SMA. Selanjutnya bagian ketiga adalah **Instrumen untuk Mengukur HOTS** yang terdiri dari (1) satu bab yang berisi tentang langkah-langkah dalam pengembangan instrumen untuk mengukur *higher order thinking skills* siswa pada mata pelajaran matematika. Selain itu, pada tiap bab buku ini diberikan contoh atau ilustrasi untuk memudahkan pembaca dalam memahami isi buku

Adapun secara rinci buku ini memuat bab-bab sebagai berikut.

1. *Higher Order Thinking Skills*: Pengertian dan Peningkatannya melalui *Problem-Based Learning* dalam Pembelajaran Matematika.
2. Implementasi *Problem-Based Learning* dalam Pembelajaran Matematika SMP
3. Model Pembelajaran *Creative Problem Solving* dalam Pembelajaran Matematika SMA
4. Model Pembelajaran Kalkulus Berbasis Masalah dalam Pembelajaran Matematika SMA
5. Pengembangan Instrumen Pengukuran HOTS dalam Pembelajaran Matematika

ISBN 602633822-5



9 786026 338226



Jl. H. Affandi (Jl. Gejayan), Gg. Alamanda,
Kompleks FT-UNY, Kampus Karangmalang, Yogyakarta,
Kode Pos. 55281, Telp. (0274) 589346,
unypress.yogyakarta@gmail.com

DESAIN PEMBELAJARAN MATEMATIKA

Untuk Melatihkan *Higher Order Thinking Skills*

Editor
Heri Retnawati



Desain Pembelajaran Matematika

Untuk Melatihkan *Higher Order Thinking Skill*

Editor : Heri Retnawati

Penulis : Jailani
Sugiman
Heri Retnawati
Bukhori
Ezi Apino
Hasan Djidu
Zainal Arifin

Desain Sampul : Ezi Apino (apinoezi@gmail.com)
Layout : Hasan Djidu (hasandjidu@gmail.com)
Cetakan : Pertama, Januari 2018
ISBN : 978-602-6338-22-8

Diterbitkan

UNY PRESS

Kompleks Fakultas Teknik UNY
Kampus Karangmalang, Yogyakarta, 55281
Website: unypress.uny.ac.id
Email: unypress.yogyakarta@gmail.com

© 2018, Hak Cipta dilindungi undang-undang,
Dilarang keras menterjemahkan, memfotokopi, atau memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini tanpa izin tertulis dari penerbit

Undang-undang Republik Indonesia Nomor 19 Tahun 2002 tentang Hak Cipta.
Sanksi pelanggaran Pasal 72.

1. Barang siapa dengan sengaja dan tanpa hak melakukan perbuatan sebagaimana dimaksudkan dalam Pasal 2 ayat (1) atau Pasal 49 ayat (1) dan ayat (2) dipidana dengan pidana penjara masing-masing paling singkat 1 (satu) bulan dan/atau denda paling sedikit Rp. 1.000.000,00 (satu juta rupiah), atau pidana paling lama 7 (tujuh) tahun dan/atau denda paling banyak Rp. 5.000.000.000,00 (lima milyar rupiah).
2. Barang siapa dengan sengaja menyiarkan, memamerkan, mengedarkan, atau menjual kepada umum suatu ciptaan atau barang hasil pelanggaran Hak Cipta sebagaimana diumumkan dalam ayat (1), dipidana dengan pidana penjara paling lama 5 (lima) tahun dan/atau denda paling banyak Rp. 500.000.000,00 (lima ratus juta rupiah).

DESAIN PEMBELAJARAN MATEMATIKA
Untuk Melatihkan *Higher Order Thinking Skills*



Kata Pengantar

Alhamdulillah, puji dan syukur atas karunia yang diberikan oleh Allah Subhanahu Wata'ala sehingga buku berjudul "**Desain Pembelajaran Matematika untuk Melatihkan *Higher Order Thinking Skills***" dapat terselesaikan. Buku ini merupakan salah satu produk hasil penelitian dan pengembangan yang telah dilakukan sejak tahun 2015 hingga tahun 2017 dengan judul "Pengembangan Perangkat Pembelajaran Matematika untuk Melatihkan *HOTS* dan Karakter"

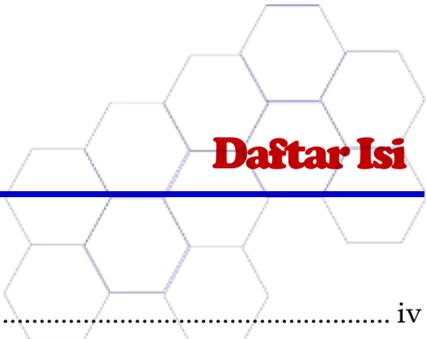
Buku ini terdiri lima (5) bab yang terbagi menjadi tiga (3) bagian utama. Bagian pertama adalah ***HOTS dalam Pembelajaran Matematika*** yang terdiri dari satu (1) bab yang berisi penjelasan mengenai *higher order thinking skills* dan karakteristik pembelajaran yang dapat digunakan untuk melatih *HOTS*. Bagian kedua adalah **Implementasi Model-Model Pembelajaran Berbasis Masalah untuk Melatihkan *HOTS***, yang terdiri dari tiga (3) bab yang masing-masing berisi *Problem Based Learning* pada Pembelajaran Matematika SMP, *Creative Problem Solving (CPS)* pada Pembelajaran Matematika SMA, dan Model Pembelajaran Kalkulus Berbasis Masalah (MPK-BM) pada Pembelajaran Matematika SMA. Selanjutnya bagian ketiga adalah **Instrumen untuk Mengukur *HOTS*** yang terdiri dari satu (1) bab yang berisi tentang langkah-langkah dalam pengembangan instrumen untuk mengukur *higher order thinking skills* siswa pada mata pelajaran matematika. Selain itu, pada tiap bab buku ini diberikan contoh atau ilustrasi untuk memudahkan pembaca dalam memahami isi buku.

Ucapan terimakasih disampaikan kepada Kementerian Riset, Teknologi dan Pendidikan Tinggi (Ristekdikti) atas bantuan dana yang diberikan sehingga penelitian pengembangan, hingga penulisan buku ini dapat terselesaikan. Ucapan terimakasih juga disampaikan kepada semua pihak yang telah memberikan bantuan sehingga penulisan buku ini dapat terselesaikan.

Semoga buku mendatangkan manfaat dan menambah khasanah pengetahuan bagi semua pembaca, khususnya bagi guru, praktisi, mahasiswa, dan semua pihak yang peduli terhadap pengembangan pendidikan di Indonesia. Kritik dan saran yang sifatnya membangun tetap diharapkan untuk perbaikan buku ini di masa mendatang. Semoga Allah senantiasa memberikan taufiq dan hidayahnya kepada kita semua.

Yogyakarta, Desember 2017

Heri Retnawati



Daftar Isi

Kata Pengantar	iv
Daftar Isi	vi
Bagian I. <i>Higher Order Thinking Skills</i> dalam Pembelajaran Matematika	1
Bab 1. <i>Higher Order Thinking Skills: Pengertian dan Peningkatannya melalui Problem Based Learning</i>	2
<i>Jailani & Sugiman</i>	
Bagian II. Implementasi Model-Model Pembelajaran Berbasis Masalah untuk Melatihkan <i>Higher Order Thinking Skills</i>.....	25
Bab 2. Implementasi <i>Problem-Based Learning</i> dalam Pembelajaran Matematika SMP	26
<i>Bukhori & Heri Retnawati</i>	
Bab 3. Model Pembelajaran <i>Creative Problem Solving</i> dalam Pembelajaran Matematika SMA	59
<i>Ezi Apino & Heri Retnawati</i>	
Bab 4. Model Pembelajaran Kalkulus Berbasis Masalah dalam Pembelajaran Matematika SMA	117
<i>Hasan Djidu & Jailani</i>	
Bagian III. Instrumen untuk Mengukur <i>Higher Order Thinking Skills</i>...	166
Bab 5. Pengembangan Instrumen Pengukuran HOTS dalam Pembelajaran Matematika	167
<i>Zainal Arifin & Heri Retnawati</i>	

**Model Pembelajaran Kalkulus Berbasis Masalah
dalam Pembelajaran Matematika SMA***Hasan Djidu & Jailani*

*M*odel pembelajaran kalkulus berbasis masalah (MPK-BM) adalah model pembelajaran yang diadaptasi dan dikembangkan dari model pembelajaran berbasis masalah. Model pembelajaran kalkulus berbasis masalah (MPK-BM) dikembangkan dengan berlandaskan paradigma konstruktivisme. Model pembelajaran ini dikembangkan khusus untuk membelajarkan siswa pada materi kalkulus SMA. Materi kalkulus pada jenjang SMA meliputi limit fungsi, turunan fungsi dan integral. Seluruh aktivitas dalam MPK-BM dirancang untuk menumbuh kembangkan kemampuan berpikir tingkat tinggi siswa atau *higher order thinking skill* (HOTS). Komponen MPK-BM yang terdapat pada buku ini antara lain: (1) sintaks atau langkah-langkah pembelajaran; (2) sistem sosial; (3) prinsip reaksi; (3) sistem pendukung; dan (4) dampak pembelajaran.

Deskripsi Model Pembelajaran Kalkulus Berbasis Masalah (MPK-BM)

Sintaks pembelajaran MPK-BM merupakan hasil modifikasi dari sintaks model pembelajaran berbasis masalah yang dikemukakan oleh beberapa ahli, antara lain Eggen dan Kauchak (2012), dan Arends (2012), Tan (2003). Secara garis besar sintaks pembelajaran dalam MPK-BM dikembangkan berdasarkan kegiatan-kegiatan pembelajaran yang terdapat dalam pembelajaran berbasis masalah. Arah pengembangan sintaks pembelajaran berbasis masalah dikelompokkan menjadi dua aspek, yaitu dari segi pengelolaan masalah dan pengelolaan kelas.

Aspek-aspek kegiatan dalam pembelajaran berbasis masalah diperoleh dari kegiatan pembelajaran yang dikemukakan oleh para ahli. Kegiatan "*meeting the problem, problem analysis and learning issues, discovery and reporting* dan *overview integration and evaluation*" yang dikemukakan oleh Tan (2003) merupakan bagian dari pengelolaan masalah. Sedangkan *solution presentation and reflection* merupakan bagian dari pengelolaan

kelas yang meliputi kegiatan presentasi dan refleksi. Kegiatan pembelajaran berbasis masalah yang dikemukakan Eggen & Kauchak (2012), yang diawali dengan mereview dan menyajikan masalah hingga menerapkan strategi juga termasuk dalam kegiatan pengelolaan masalah. Sementara itu, kegiatan membahas dan mengevaluasi hasil juga termasuk pengelolaan kelas, karena pada tahap ini siswa dipersilahkan untuk menyampaikan gagasannya di depan kelas. Dua pendapat di atas sejalan dengan kegiatan pembelajaran berbasis masalah yang dikemukakan oleh Arends (2012), yang juga dapat dikelompokkan menjadi dua aspek (pengelolaan masalah dan pengelolaan kelas). Akan tetapi, kegiatan pembelajaran yang dikemukakan oleh Arends (2012) lebih eksplisit menyatakan tahapan pengorganisasian siswa dalam belajar pada fase kedua. Pada tahap ini siswa diarahkan untuk menyelesaikan masalah yang diberikan melalui diskusi kelompok. Sementara itu, kegiatan *develop and present artifact and exhibits* juga termasuk dalam aktivitas pengelolaan kelas, dimana guru memberikan kesempatan bagi siswa mempresentasikan dan memamerkan hasil karya di depan kelas.

Berdasarkan uraian di atas, selanjutnya aspek pengelolaan masalah dikelompokkan menjadi lima kegiatan, dengan satu kegiatan dilakukan oleh guru sebelum kegiatan pembelajaran dan empat kegiatan yang dilakukan selama proses pembelajaran berlangsung. Sementara itu, kegiatan pengelolaan kelas terdiri dari dua kegiatan yang juga dilakukan dalam kegiatan pembelajaran. Secara rinci penjabaran aspek kegiatan PBM menjadi kegiatan pembelajaran dalam MPK-BM dapat dilihat pada Tabel 4.1.

Tabel 4. 1. Kegiatan yang dikembangkan dalam MPK-BM

Aspek kegiatan	Sintesis kegiatan dalam MPK-BM
Pengelolaan Masalah	<ol style="list-style-type: none"> 1. Merancang masalah 2. Menyajikan masalah 3. Mengidentifikasi dan merumuskan masalah 4. Menyelidiki dan menyelesaikan masalah 5. Mengevaluasi dan menarik kesimpulan
Pengelolaan Kelas	<ol style="list-style-type: none"> 1. Mengorganisasikan siswa 2. Menyajikan penyelesaian masalah

Pengelolaan masalah dimulai dengan merancang masalah yang dilakukan sebelum proses pembelajaran. Kegiatan merancang masalah

ini sangat penting mengingat bahwa model pembelajaran kalkulus berbasis masalah dikendalikan oleh masalah. Artinya, salah satu faktor yang menentukan suksesnya MPK-BM adalah jenis masalah yang dirancang oleh guru. Desain/rancangan masalah berkaitan dengan karakteristik, konteks, lingkungan dan sumber-sumber belajar, serta tampilan.

1. Karakteristik masalah.
 - a) Relevansi masalah dengan materi kalkulus,
 - b) Relevansi masalah dengan kehidupan nyata,
 - c) Tingkat kesulitan masalah (diberikan dengan beberapa level kesulitan),
 - d) Tingkat kompleksitas masalah,
 - e) Hubungan masalah dengan disiplin ilmu lainnya
 - f) Kemungkinan jumlah solusi yang bisa diperoleh
 - g) Keterkaitan dengan konsep-konsep yang telah dipelajari.
2. Konteks masalah:
 - a) Masalah tidak terdefinisi dengan jelas (*ill-structured*)
 - b) Menimbulkan motivasi dan keingintahuan siswa untuk mencari solusinya
 - c) Menantang
 - d) *novelty*
3. Lingkungan dan sumber belajar:
 - a) Menstimulasi aktivitas kolaborasi dan penemuan dan diskusi dalam kelompok.
 - b) Membutuhkan beberapa sumber belajar untuk menyelesaikannya
4. Tampilan masalah:

Disajikan dengan cara yang beragam (kertas, slide power point, video, suara, dll)

Selain itu, masalah yang digunakan dalam MPK-BM berupa soal-soal cerita yang terdiri dari *routine story problem* dan *nonroutine process problem*. Kedua jenis masalah tersebut dirancang untuk kebutuhan yang berbeda.

Routine story problem adalah soal-soal yang biasanya diberikan pada akhir pembelajaran (Souvienny, 1994). *Routine story problem* dirancang sebagai bahan latihan setelah siswa mempelajari berbagai konsep. Soal cerita yang diberikan juga berbasis kehidupan sehari-hari yang bertujuan untuk melatih kemampuan siswa dalam membaca/menginterpretasi dan membantu perkembangan ide-ide dan prosedur matematis yang baru.

Biasanya *routine story problem*, dapat diselesaikan dengan memilih dan menerapkan satu atau lebih operasi.

Sementara itu, *nonroutine process problem* tidak dapat diselesaikan secara langsung dengan menerapkan satu atau lebih operasi, ataupun menggunakan satu atau beberapa konsep. Dibutuhkan kemampuan yang lebih kompleks, dan fleksibel untuk menyelesaikan masalah tersebut. Hal ini disebabkan *nonroutine process problem* membutuhkan penerapan beberapa kriteria, penerapan beberapa konsep, atau penerapan konsep-konsep yang pernah dipelajari sebelumnya.

Berdasarkan uraian di atas, dapat dilihat bahwa terdapat perbedaan mendasar antara *routine story problem* dan *nonroutine process problem*. *Routine story problem* dapat berupa masalah yang dapat diselesaikan dengan satu langkah, atau banyak langkah, sedangkan *nonroutine process problem* membutuhkan satu atau banyak konsep untuk menyelesaikannya.

Contoh *routine story problem* sebagai berikut.

Sebuah perusahaan pengalengan ikan mampu memproduksi sebanyak 3000 kaleng ikan per hari dengan berat setiap kaleng adalah 250gr. Jika Perusahaan tersebut beroperasi selama 6 hari dalam satu pekan, berapa banyak ikan kaleng yang dihasilkan jika perusahaan tersebut telah beroperasi selama hampir satu bulan?

Contoh *nonroutine process problem* sebagai berikut.

Sebuah lahan pertanian mampu menghasilkan 30 ton padi pada tahun pertama pengolahan lahan tersebut. Pada tahun ke dua, terjadi penurunan jumlah panen menjadi 22,5 ton disebabkan adanya limbah pabrik yang mencemari kawasan persawahan. Seorang konsultan pertanian menemukan bahwa kesuburan tanah telah mengalami penurunan sehingga hasil panen pada lahan tersebut dari tahun pertama ke tahun-tahun berikutnya memenuhi fungsi $H(t) = 15 + \frac{15}{t}$, dengan H adalah hasil panen dalam ton, dan t adalah waktu dalam tahun. Petani yang mengolah lahan tersebut akan memperoleh laba jika hasil panen paling sedikit sebanyak 15 ton per tahun. Jika petani terus mengolah lahan tersebut, mungkinkah petani akan mengalami kerugian? Kemukakan alasanmu!

Jika diperhatikan, contoh *routine story problem* dapat diselesaikan langsung dengan menggunakan konsep limit fungsi, sementara itu, contoh *nonroutine process problem* di atas menggunakan konsep limit, dan konsep laba dan rugi, untuk menyelesaikannya. Dengan demikian, guru

dapat memilih *nonroutine process problem* untuk melatih kemampuan berpikir tingkat tingginya. Namun, untuk membantu siswa dalam menyelesaikan permasalahan tersebut, guru perlu memberikan atau mengarahkan siswa untuk mencari dan menggunakan berbagai sumber belajar selama proses pembelajaran. Selengkapnya mengenai contoh permasalahan yang digunakan dalam MPK-BM dapat dilihat pada subbab sistem pendukung MPK-BM.

Selanjutnya, pengelolaan masalah dalam proses pembelajaran ditandai dengan pemberian masalah kepada siswa, pengidentifikasian dan perumusan masalah, penyelidikan dan pemecahan masalah serta penilaian (evaluasi) dan penarikan kesimpulan dari masalah. Sementara itu, aspek pengelolaan kelas terlihat pada tahap pengorganisasian siswa dalam kelompok belajar serta adanya kegiatan presentasi atau penyajian hasil karya kelompok di depan kelas.

Sintaks (langkah-langkah) MPK-BM

Sintaks model pembelajaran kalkulus berbasis masalah (MPK-BM) diadaptasi dan dikembangkan dari sintaks pembelajaran berbasis masalah yang dikemukakan oleh beberapa pakar, sebagaimana telah dijabarkan sebelumnya. Adapun sintaks pembelajaran dalam MPK-BM yaitu: (1) menyajikan masalah, (2) mengorganisasi siswa untuk belajar, (3) mengidentifikasi dan merumuskan masalah, (4) menyelidiki dan menyelesaikan masalah, (5) menyajikan penyelesaian masalah, dan (6) mengevaluasi dan menarik kesimpulan. Secara garis besar setiap langkah dalam sintaks pembelajaran MPK-BM dirancang untuk memberikan kesempatan bagi siswa untuk mengkonstruksi pengetahuannya sekaligus menstimulasi kemampuan berpikir tingkat tinggi siswa.

Tabel 4. 2. Aspek HOTS yang distimulasi melalui MPK-BM

Langkah-Langkah	Aktivitas siswa	Kemampuan yang dilatih
1. Menyajikan masalah	a. Mengamati, dan b. Menanya	Analisis
2. Mengorganisasi siswa untuk belajar	a. Mengamati, b. Menanya, c. Memahami perlunya bekerjasama dalam kelompok, dan d. Memahami nilai-nilai sosial budaya yang digunakan dalam	

Langkah-Langkah	Aktivitas siswa	Kemampuan yang dilatih
	berinteraksi dengan teman maupun guru.	
3. Mengidentifikasi dan merumuskan masalah	a. Mengidentifikasi informasi penting (Informasi yang telah diketahui, informasi tambahan yang perlu diketahui, dan apa yang ditanyakan)	Analisis
4. Menyelidiki dan menyelesaikan masalah	a. Merencanakan prosedur penyelesaian masalah, b. Memilih strategi yang tepat, c. Mengkreasi ide-ide, d. Membuat dugaan, e. Membuat pola, f. Melakukan modifikasi terhadap konsep-konsep yang telah dimiliki agar sesuai dengan konteks yang sedang dihadapi, g. Mengevaluasi proses dan hasil yang diperoleh sebelum menarik kesimpulan-kesimpulan yang logis berdasarkan informasi dan hasil yang diperoleh.	Sintesis dan Evaluasi
5. Menyajikan penyelesaian masalah	a. Mengkomunikasikan ide-ide matematika dengan menggunakan beberapa cara, dan b. Mengevaluasi ide, maupun gagasan dari kelompok lain.	
6. Mengevaluasi dan menarik kesimpulan	a. Menilai kebenaran suatu pernyataan, dugaan maupun proses matematisasi yang dibuat oleh kelompoknya sendiri maupun oleh kelompok lain, dan b. Menafsirkan solusi yang diperoleh sesuai dengan konteks yang sedang dipelajari c. Menarik kesimpulan	Evaluasi

Pada Tabel 4.2 dapat dilihat bahwa aktivitas yang dirancang dalam MPK-BM bertujuan untuk menstimulasi kemampuan siswa dalam menganalisis, men-sintesis (mengkreasikan), dan mengevaluasi. Sebagaimana telah dijelaskan sebelumnya bahwa ketiga kemampuan tersebut merupakan komponen atau aspek dalam HOTS. Dengan demikian aktivitas pembelajaran dalam MPK-BM diharapkan dapat menstimulasi kemampuan berpikir tingkat tinggi atau *higher order thinking skill* (HOTS) siswa.

Menyajikan Masalah

Tahap ini merupakan kegiatan awal pembelajaran. Kegiatan ini dimulai dengan penyampaian tujuan pembelajaran dan apersepsi oleh guru. Selanjutnya, guru menumbuhkan persepsi positif dan motivasi belajar siswa dengan cara menjelaskan manfaat dari materi yang akan dipelajari bagi kehidupan sehari-hari siswa. Selain menyampaikan motivasi belajar, guru mendorong siswa untuk terlibat aktif dalam kegiatan pembelajaran.

Kegiatan selanjutnya yang dilakukan oleh guru dalam tahap ini adalah menyajikan masalah yang bersumber dari kehidupan sehari-hari maupun berkaitan dengan disiplin ilmu lainnya (misalnya: masalah gerak, masalah pertumbuhan penduduk, masalah keuntungan perusahaan, dan masalah-masalah lainnya) termasuk masalah-masalah dalam kalkulus itu sendiri yang relevan dengan indikator kompetensi yang ingin dicapai. Selain itu, jenis-jenis masalah yang digunakan harus memperhatikan karakteristik masalah yang digunakan dalam MPK-BM.

Masalah berupa gambar maupun narasi dapat disajikan melalui media LKS, atau dengan menampilkan di depan kelas dengan menggunakan proyektor. Selain itu, masalah juga dapat diberikan dengan menampilkan video yang relevan dengan masalah yang akan dipelajari siswa. Namun, apabila sarana proyektor tidak tersedia di kelas, guru dapat pula meminta siswa untuk mengakses video yang telah diunggah (*upload*) pada suatu *website* sebelum pembelajaran dimulai. Untuk keperluan tersebut, guru perlu menginformasikan atau meminta siswa untuk mengakses video tersebut pada pertemuan sebelumnya. Bila diperlukan guru memberikan ilustrasi singkat tentang masalah-masalah kalkulus yang akan diselesaikan oleh siswa, sebelum siswa

menyelesaikan permasalahan tersebut secara mandiri maupun berkelompok.

Mengorganisasikan Siswa untuk Belajar

Pada tahap ini guru membentuk kelompok-kelompok belajar yang beranggotakan 4-5 orang siswa. Kelompok belajar yang dibentuk bersifat heterogen, yaitu dengan memperhatikan karakteristik siswa, misalnya kemampuan, jenis kelamin, agama dan budaya dengan tujuan agar siswa memiliki keterampilan bekerjasama, berkomunikasi, serta menumbuhkan sikap toleransi dan menghargai perbedaan diantara anggota kelompok. Disamping itu, guru perlu memperhatikan dinamika sosial yang terdapat dalam kelas. Hal ini perlu dilakukan mengingat beberapa siswa terkadang sulit untuk bekerjasama selain teman dekatnya. Oleh karena itu, perlu diberikan motivasi kepada siswa tentang pentingnya keterbukaan dan penerimaan terhadap individu lainnya. Hal ini perlu dilakukan secara kontinu agar siswa secara sadar dapat bekerjasama dengan baik bersama teman kelompoknya meskipun secara emosional siswa tersebut tidak terlalu dekat dengan teman kelompoknya tersebut.

Setelah membentuk kelompok, guru menjelaskan cara bekerjasama (kolaborasi) dengan teman dan cara berinteraksi dengan guru dalam aktivitas memecahkan masalah dengan menggunakan pola interaksi sosial budaya tertentu. Kegiatan ini bertujuan agar siswa memahami peran dan juga pola interaksi yang mereka gunakan selama proses pembelajaran. Selain itu, nilai-nilai budaya yang ditanamkan bertujuan untuk melatih siswa dalam berkomunikasi, bertindak dan berperilaku yang sesuai dengan nilai-nilai budaya sehingga karakter positif akan terbangun melalui proses pembelajaran.

Setelah itu, guru membagikan LKS yang akan digunakan untuk memfasilitasi kegiatan belajar kelompok dalam menyelesaikan masalah. LKS tersebut bertujuan untuk menuntun siswa dalam menemukan konsep-konsep yang dibutuhkan dalam menyelesaikan masalah yang diberikan pada setiap proses pembelajaran.

Mengidentifikasi dan Merumuskan Masalah

Pada tahap ini, guru mengarahkan siswa untuk mengidentifikasi informasi-informasi penting yang terdapat dalam masalah. kegiatan ini



dilakukan secara individu bertujuan agar semua siswa memahami masalah apa yang akan diselesaikan selama proses pembelajaran berlangsung. Selanjutnya, siswa melakukan diskusi kelompok untuk menentukan rumusan masalah dan menentukan informasi-informasi tambahan yang harus diketahui. Disamping itu, guru memberikan *scaffolding* (bantuan) berupa pertanyaan-pertanyaan, petunjuk, maupun bantuan yang bertujuan untuk memfasilitasi proses identifikasi dan perumusan masalah. Hasil identifikasi dan perumusan masalah harus dituliskan ke dalam LKS yang telah disediakan. Tahapan ini bertujuan untuk melatih kemampuan analisis siswa dalam mengidentifikasi informasi yang relevan dengan masalah yang diberikan.

Menyelidiki dan Menyelesaikan Masalah

Pada tahap ini, siswa diarahkan untuk menyelesaikan masalah yang diberikan di awal pembelajaran. Siswa memulai kegiatan penyelidikan dengan melakukan pemilihan strategi yang akan digunakan dalam penyelesaian masalah. Apabila kompetensi yang akan dicapai merupakan suatu hal baru, maka siswa diarahkan terlebih dahulu untuk menemukan konsep-konsep yang relevan dengan masalah tersebut. Untuk memfasilitasi kegiatan tersebut, siswa diminta untuk melakukan beberapa kegiatan pada LKS yang bertujuan membantu siswa menemukan konsep-konsep yang relevan dengan masalah. Tahapan ini bertujuan untuk melatih kemampuan analisis dalam merencanakan prosedur dan memilih strategi yang tepat untuk menyelesaikan masalah.

Mengingat waktu yang tersedia di dalam kelas yang sangat terbatas, maka kegiatan penemuan ini dapat dilakukan siswa di luar jam pelajaran. Dalam hal ini, pada pertemuan sebelumnya siswa diberikan LKS yang berisi langkah-langkah penemuan yang akan digunakan pada pertemuan selanjutnya. Akan tetapi, jika masalah yang diberikan merupakan aplikasi dari konsep-konsep yang telah siswa miliki sebelumnya, maka kegiatan ini dapat langsung dilakukan di dalam kelas. Kegiatan ini dilakukan dalam diskusi sub kelompok yang terdiri dari dua sampai tiga orang siswa.

Setelah siswa menyelesaikan beberapa kegiatan tersebut, guru meminta siswa untuk berkolaborasi menentukan strategi yang tepat untuk menyelesaikan masalah yang diberikan. Strategi penyelesaian yang telah ditentukan selanjutnya digunakan untuk menentukan solusi

dari masalah yang disajikan. Tahap ini bertujuan untuk melatih kemampuan siswa dalam mengkreasi ide-ide, membuat dugaan, membuat pola, atau melakukan modifikasi terhadap konsep-konsep yang telah dimiliki agar sesuai dengan konteks yang sedang dihadapi. Disamping itu, siswa juga dilatih untuk mengevaluasi proses dan hasil yang diperoleh sebelum menarik kesimpulan-kesimpulan yang logis berdasarkan informasi dan hasil yang diperoleh.

Seperti halnya pada tahap sebelumnya guru memberikan *scaffolding* (bantuan) berupa pertanyaan-pertanyaan, petunjuk, maupun bantuan yang bertujuan untuk membimbing siswa dalam proses pemecahan masalah. Pertanyaan yang dikemukakan oleh guru kepada siswa selama tahap penyelidikan ini direncanakan pada saat menentukan masalah yang akan digunakan. Pemberian pertanyaan tersebut bertujuan untuk memancing siswa berpikir lebih ekstensif dan mendalam. Aktivitas terakhir pada tahap ini adalah guru meminta siswa untuk menuliskan hasil penyelidikan kelompoknya untuk dipresentasikan di depan kelas.

Manyajikan Penyelesaian Masalah

Pada tahap ini, guru meminta setiap kelompok untuk menyajikan hasil penyelesaian masalah yang telah mereka peroleh melalui kegiatan sebelumnya. Untuk memudahkan penyajiannya, penyelesaian masalah yang masing-masing kelompok dapat dituliskan pada sebuah karton yang kemudian ditempelkan di depan kelas. Selain itu, jika fasilitas ruang kelas dilengkapi dengan proyektor atau sejenisnya, dapat dimanfaatkan untuk menyajikan hasil yang diperoleh siswa. Media-media untuk menyajikan hasil tersebut masih sangat mungkin untuk dimodifikasi lagi sehingga sesuai dengan kebutuhan, serta dengan memperhatikan alokasi waktu ketersediaan sarana-prasarana.

Setelah itu, beberapa kelompok untuk melakukan presentasi hasil penyelidikan kelompoknya di depan kelas. Apabila memungkinkan, seluruh kelompok diberi kesempatan untuk mempresentasikan hasil yang diperoleh, namun apabila waktu yang tersedia terbatas, maka guru memilih beberapa kelompok saja untuk mempresentasikan hasilnya di depan kelas. Kelompok yang dipilih untuk mempresentasikan hasil penyelidikannya didasarkan keunikan hasil diskusi kelompok. Keunikan tersebut antara lain: jawaban yang berbeda dengan kelompok lain,

terdapat konsep/ide penting pada hasil diskusi kelompok yang perlu untuk diberikan penekanan.

Setelah kelompok mempresentasikan hasil diskusinya, guru memberi kesempatan kepada kelompok lainnya untuk memberikan tanggapan berupa pertanyaan, masukan, atau kritik disertai alasan. Selain itu, sesekali guru juga memberikan pertanyaan-pertanyaan untuk menguji sejauh mana pemahaman siswa terhadap hasil kerja kelompoknya. Aktivitas yang dilakukan pada tahap ini bertujuan untuk melatih kemampuan komunikasi siswa dalam menyampaikan ide/ gagasannya di hadapan umum. Disamping itu, siswa juga dilatih untuk mengecek jawaban yang diperoleh oleh kelompok lainnya serta mencocokkan dengan hasil yang diperoleh kelompoknya.

Mengevaluasi dan Menarik Kesimpulan

Pada tahapan ini, guru mengarahkan siswa untuk meninjau kembali langkah penyelesaian, hingga solusi dari masalah yang diperoleh. Setelah itu, guru mengajak siswa untuk membuat kesimpulan dan memberikan penguatan atas konsep yang termuat dalam aktivitas penyelidikan yang telah dilakukan siswa. Selanjutnya guru menguji pemahaman siswa dengan memberikan beberapa contoh maupun bukan contoh yang terkait konsep yang berkaitan dengan aktivitas penyelidikan. Aktivitas ini bertujuan untuk mengetahui efektifitas masalah (*effectiveness of the problem*) yang diberikan kepada siswa, kualitas hasil karya siswa (*quality of students' work*), dan untuk memonitor kesuksesan belajar siswa.

Tahapan akhir pada kegiatan pembelajaran ini melatih kemampuan siswa dalam mengevaluasi. Hal tersebut dilatih ketika siswa menilai kebenaran suatu pernyataan, dugaan maupun proses matematisasi yang dibuat oleh kelompoknya sendiri maupun oleh kelompok lain. Melalui aktivitas ini juga, siswa diajak untuk menafsirkan solusi yang diperoleh sesuai dengan konteks yang sedang dipelajari.

Sistem Sosial MPK-BM

Prinsip-prinsip sistem sosial yang terkandung dalam model pembelajaran kalkulus berbasis masalah (MPK-BM) antara lain: (1) murid aktif dalam pembelajaran dan guru aktif untuk menjadi fasilitator pembelajaran; (2) siswa menyelesaikan masalah secara individu maupun dalam kelompok; (3) guru mendorong terjadinya interaksi dan negosiasi

yang kondusif dalam aktivitas kelompok siswa; (4) siswa bebas memilih strategi pemecahan masalah yang sesuai dengan struktur kognitif siswa sewaktu menyelesaikan masalah.

Upaya yang dilakukan untuk mendukung terlaksananya sistem sosial tersebut adalah dengan menerapkan pola pembelajaran kooperatif. Siswa dalam kelompok saling bekerjasama dalam menyelesaikan masalah, saling bertanya/ berdiskusi antara siswa yang lemah dan yang pintar, kebebasan mengajukan pendapat, berdialog dan berdebat. Peran guru adalah sebagai fasilitator yang berperan untuk memfasilitasi aktivitas siswa dalam melakukan pemecahan masalah. Guru tidak boleh terlalu mendominasi siswa, akan tetapi hanya memfasilitasi atau memberikan bantuan secukupnya (*scaffolding*) kepada siswa sampai akhirnya mereka mampu untuk melakukan pemecahan masalah sendiri.

Disamping itu, implementasi MPK-BM dapat menggunakan nilai-nilai budaya lokal dalam sistem sosial pembelajaran. Tujuan penggunaan nilai-nilai budaya ke dalam sistem sosial pembelajaran untuk meningkatkan apresiasi siswa terhadap nilai budaya lokal sekaligus dapat meningkatkan hasil belajar siswa sebagaimana hasil penelitian Alexon & Sukmadinata (2010). Oleh karena itu, nilai-nilai budaya yang dimaksudkan di sini tidak mutlak terletak pada konten masalah yang digunakan, akan tetapi diterapkan pada hubungan atau interaksi sosial antar siswa maupun siswa dengan guru.

Prinsip Reaksi MPK-BM

Pembelajaran dengan menggunakan MPK-BM dilandasi oleh paradigma konstruktivisme, yakni pembelajaran berpusat pada siswa, sedangkan guru berperan sebagai *fasilitator*, *motivator*, *mediator* dan *evaluator* dalam pembelajaran.

Sebagai *fasilitator*, guru menyediakan sumber-sumber belajar dan memberi bantuan agar siswa mampu menemukan konsep, aturan, hubungan-hubungan, dan struktur-struktur yang belum diketahui. Sebagai *motivator*, guru memberikan motivasi disetiap awal pembelajaran, untuk menumbuhkan minat siswa dalam belajar matematika. Ketika siswa bekerja menyelesaikan tugas-tugas, guru mengontrol jalannya diskusi dan memberikan motivasi agar siswa tetap berusaha menyelesaikan tugas-tugasnya. Sebagai *mediator*, guru adalah tempat bertanya bagi siswa apabila menemui kesulitan dalam

mengidentifikasi dan merumuskan masalah, maupun pada saat melakukan penyelidikan dan pemecahan masalah. Guru memberikan bantuan secukupnya dan mendorong siswa untuk terus berusaha menemukan solusi dari setiap kesulitan yang dihadapi. Selama proses pembelajaran berlangsung, guru berkeliling untuk mengamati aktivitas siswa dalam melakukan seluruh aktivitas pemecahan masalah yang diberikan. Tingkah laku guru dalam menanggapi hasil pemikiran siswa berupa pertanyaan atau kesulitan yang dialami dalam menyelesaikan masalah harus bersifat mengarahkan, membimbing, memotivasi dan membangkitkan semangat belajar siswa. Sebagai *evaluator*, guru melakukan evaluasi atas pencapaian siswa yang bertujuan untuk mengetahui efektifitas masalah (*effectiveness of the problem*) yang diberikan kepada siswa, kualitas hasil karya siswa (*quality of students' work*), dan untuk memonitor kesuksesan belajar siswa.

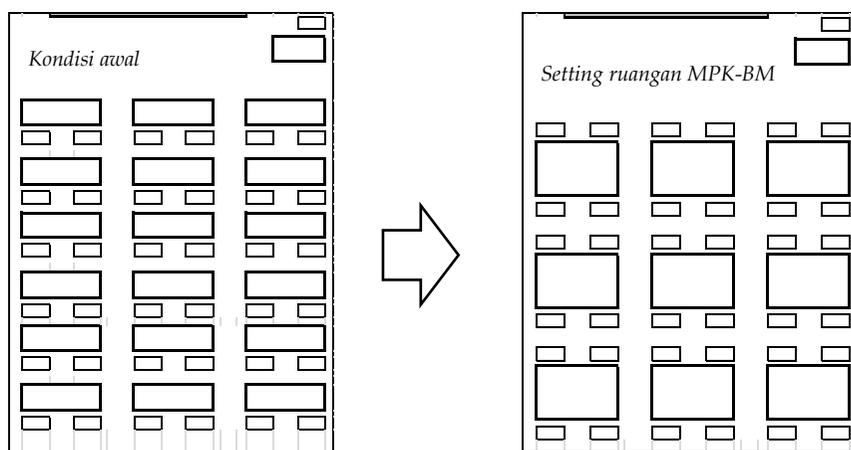
Guru harus memberikan kesempatan pada siswa untuk mengungkapkan hasil pemikirannya, mencermati pemahaman siswa atas objek matematika yang diperoleh dari proses dan hasil penyelesaian masalah, menunjukkan kelemahan atas pemahaman siswa dan memancing mereka menemukan jalan keluar untuk mendapatkan penyelesaian masalah yang sesungguhnya. Jika ada siswa yang bertanya guru terlebih dahulu memberi kesempatan pada siswa lainnya memberikan tanggapan dan merangkum hasilnya sebelum guru memberikan penjelasan/bantuan. Jika keseluruhan siswa mengalami kesulitan, maka guru langsung memberi penjelasan atau bantuan/memberi petunjuk sampai siswa dapat mengambil alih penyelesaian masalah pada langkah berikutnya.

Sistem Pendukung MPK-BM

Sistem pendukung mendeskripsikan kondisi-kondisi yang mendukung yang seharusnya dibuat, direncanakan atau dimiliki oleh guru dalam menerapkan model pembelajaran. Sistem pendukung diperlukan agar model pembelajaran ini dapat terlaksana secara praktis dan efektif. Agar model pembelajaran kalkulus berbasis masalah ini dapat terlaksana secara praktis dan efektif, guru harus membuat suatu rancangan pembelajaran yang menggunakan masalah sebagai alat untuk membelajarkan siswa, yang diwujudkan dalam setiap langkah-langkah pembelajaran yang ditetapkan dan menyediakan fasilitas belajar yang

cukup. Sistem pendukung mencakup pengkondisian lingkungan belajar (setting ruangan) dan fasilitas yang belajar yang diperlukan seperti ketersediaan masalah yang dapat digunakan dalam pembelajaran, ketersediaan rencana pembelajaran dan LKS yang membantu aktivitas siswa selama proses pembelajaran.

Setting ruangan (meja siswa) yang umumnya terdapat di sekolah masih kurang mendukung kegiatan diskusi. Hal tersebut menjadi salah satu tantangan dalam mengimplementasikan model pembelajaran ini. Oleh karena itu, penulis memberikan salah satu alternatif pengaturan ruangan kelas belajar agar tidak menghambat implementasi model pembelajaran ini. Pengaturan ruangan dapat dibuat sesuai dengan Gambar 4.1.



Gambar 4. 1. Penataan Meja Siswa dalam MPK-BM

Pengaturan posisi meja dan kursi siswa seperti pada Gambar 4.1 di atas dibutuhkan agar siswa lebih mudah dalam berinteraksi satu sama lain. Disamping itu, perhatian siswa tidak lagi terlalu banyak berfokus di depan kelas, tetapi saling berhadapan dengan rekan kelompoknya sehingga mudah dalam berkomunikasi. Pengaturan ruangan seperti Gambar 4.1 masih dapat dimodifikasi dan disesuaikan dengan kondisi ruangan belajar yang ada di sekolah.

Selain pengaturan ruangan belajar sebagaimana yang telah dipaparkan di atas, diperlukan kumpulan masalah yang dirancang sesuai dengan karakteristik masalah MPK-BM. Lembar kegiatan siswa (LKS) juga dibutuhkan untuk memfasilitasi siswa selama proses pembelajaran. Sementara itu, untuk memudahkan guru dalam mengelola

pembelajaran, maka juga diperlukan rencana pelaksanaan pembelajaran (RPP). Berikut diberikan beberapa contoh permasalahan yang dapat digunakan dalam MPK-BM.

Contoh Masalah MPK-BM

Masalah 1 (Limit Fungsi Aljabar)

Sebuah perusahaan pengalengan ikan mampu memproduksi sebanyak 3000 kaleng ikan per hari dengan berat setiap kaleng adalah 250gr.

- Jika Perusahaan tersebut beroperasi selama 6 hari dalam satu pekan, berapa banyak ikan kaleng yang dihasilkan jika perusahaan tersebut telah beroperasi selama hampir satu bulan?
- Jika pada awal bulan berikutnya, pabrik mengoperasikan satu mesin tambahan yang mampu memproduksi sebanyak 150 kaleng ikan per hari, berapa banyak ikan kaleng yang dihasilkan perusahaan tersebut setelah beroperasi selama hampir dua bulan?

Masalah 2 (Limit Fungsi di tak Hingga)

Sebuah lahan pertanian mampu menghasilkan 30 ton padi pada tahun pertama pengolahan lahan tersebut. Pada tahun ke dua, terjadi penurunan jumlah panen menjadi 22,5 ton disebabkan adanya limbah pabrik yang mencemari kawasan persawahan. Seorang konsultan pertanian menemukan bahwa kesuburan tanah telah mengalami penurunan sehingga hasil panen pada lahan tersebut dari tahun pertama ke tahun-tahun berikutnya memenuhi fungsi $H(t) = 15 + \frac{15}{t}$, dengan H adalah hasil panen dalam ton, dan t adalah waktu dalam tahun. Petani yang mengolah lahan tersebut akan memperoleh laba jika hasil panen paling sedikit sebanyak 15 ton per tahun. Jika petani terus mengolah lahan tersebut, mungkinkah petani akan mengalami kerugian? Kemukakan alasanmu!

Masalah 3. (Turunan Fungsi Aljabar)

Pada sebuah kejuaraan balapan mobil Formula-1, diamati pergerakan setiap mobil balap. Pengamatan dilakukan oleh tim kemudian dilaporkan kepada sang pembalap setiap saat. Jarak tempuh salah satu mobil balap (dalam satuan puluhan meter) dari titik *start* pada 10 detik pertama diberikan oleh fungsi $f(t) = t^3$, dengan t adalah waktu tempuh ($0 \leq t \leq 10$). Tentukan kecepatan mobil balap tersebut pada saat $t = 5$ detik.

Masalah 4. (Sifat-Sifat Turunan Fungsi)

Seorang pemain bola menendang bola sehingga bola tersebut melambung dengan ketinggian h meter dari permukaan tanah. Apabila ketinggian bola setelah t detik adalah $H(t) = \frac{-2t^3 + 8t^2}{t}$ meter. Seorang pemain depan kesebelasan tersebut telah bersiap untuk menyundul bola (*heading*) ke arah gawang lawan. Jika pemain depan tersebut mampu melompat setinggi 40 cm, berapakah kecepatan bola sesaat sebelum menyentuh kepala pemain depan tersebut?

Masalah 5. (Turunan Fungsi Trigonometri)

Pada sebuah taman bermain terdapat sebuah *roller coaster* dengan bentuk seperti tampak pada gambar di samping. Andaikan ketinggian lintasan salah satu bagian *roller coaster* pada saat t detik dari titik awal pengamatan adalah $f(t) = \sin t$



dimana $f(t)$ adalah ketinggian *roller coaster* (dalam satuan puluhan meter). Gambarkan grafik fungsi $f(t)$ kemudian tentukan kemiringan bagian *roller coaster* pada saat t detik!

Masalah 6. (Turunan Fungsi Komposisi)

Seorang pemilik toko sembako mendapatkan keuntungan tahunan sebesar $f(t) = \sqrt{t^2 + 24t}$ juta rupiah t tahun sejak didirikan. Jika laju pertambahan keuntungan tahunan perusahaan ditentukan oleh $f'(t)$. Tentukan pertambahan rata-rata keuntungan perusahaan pada saat $t = 1$.

Masalah 7. (Gradien Garis Singgung Kurva)

Sebuah perusahaan pengalengan ikan memproduksi sebanyak $N(x) = x^2 - 2x + 3$ kaleng ikan dengan x adalah jumlah tangkapan ikan (dalam satuan kilogram). Berdasarkan ilustrasi tersebut, gambarkan grafik fungsi yang menunjukkan keadaan produksi ikan kaleng, kemudian tentukan persamaan garis singgung kurva yang melalui titik (4,11).

Masalah 8. (Fungsi Naik, Fungsi Turun dan Titik Stasioner)



Lintasan *roller coaster* pada suatu arena permainan memiliki bentuk seperti tampak pada gambar di samping. Sebuah *roller coaster* meluncur diatas lintasan tersebut (dari sebelah kiri ke kanan gambar) dan melalui lintasan menanjak dan menurun. Andaikan lintasan tersebut dianggap sebagai grafik suatu fungsi $f(x)$ dengan f adalah ketinggian dan x adalah jarak mendatar yang dilalui, tunjukkan saat dimana grafik fungsi tersebut naik atau turun.

Masalah 9. (Nilai Maksimum Dan Minimum Fungsi Dalam Interval Tertutup)

Populasi suatu daerah t tahun mendatang dinyatakan oleh persamaan

$$P(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 3t^2 - 5t + 3 \text{ ratus ribu jiwa.}$$

Berdasarkan informasi tersebut, tentukan besar populasi maksimum dan minimum dalam kurun waktu 5 tahun akan datang.

Masalah 10. (Menggambar Grafik Fungsi Aljabar)

Sebuah peluru ditembakkan ke udara sehingga membentuk sebuah grafik fungsi $f(x) = -x^2 + 4x$. Gambarkan grafik fungsi tersebut pada bidang *cartesius*, kemudian jelaskan bentuk kecekungan grafik fungsi tersebut.

Masalah 11. (Membuat Model Matematika)

Seorang pria dengan tinggi 6 kaki berjalan dengan kecepatan 3 kaki/detik menjauhi sebuah tiang lampu jalan dengan ketinggian 12 kaki di atas tanah. Berapa kecepatan perubahan panjang bayangan pria tersebut, pada saat ia berada pada jarak 20 kaki dari tiang lampu tersebut?

Masalah 12. (Aplikasi Turunan dalam Pemecahan Masalah)

Pertumbuhan penduduk di suatu daerah, t tahun dari sekarang diperkirakan akan menjadi $N(t) = -t^3 + 9t^2 + 48t + 200$ ribu jiwa. Berapa kecepatan pertumbuhan penduduk di daerah tersebut 3 tahun yang akan datang?

Dampak Penerapan MPK-BM

Pembelajaran yang dilaksanakan dengan menggunakan model pembelajaran kalkulus berbasis masalah (MPK-BM) diharapkan akan memberikan dampak yang positif bagi siswa. Dampak penerapan MPK-BM dalam pembelajaran matematika terdiri dari dampak langsung dan dampak tidak langsung (pengiring).

Dampak Langsung

Dampak langsung pembelajaran dengan menggunakan MPK-BM adalah membantu siswa merekonstruksi konsep dan prinsip yang terdapat dalam materi kalkulus (limit fungsi, turunan fungsi, dan integral) melalui aktivitas pemecahan masalah. Pemahaman siswa terhadap objek-objek matematika dibangun berdasarkan pengalaman belajar yang telah dimiliki sebelumnya. Kebermaknaan pembelajaran yang melahirkan pemahaman, dan pemahaman mendasari kemampuan siswa mentransfer pengetahuannya dalam menyelesaikan masalah. Kemampuan menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan materi kalkulus, kehidupan sehari-hari, maupun masalah yang berhubungan dengan disiplin ilmu lain menyadarkan siswa akan kebergunaan matematika bagi kehidupannya sehingga timbul motivasi dari dalam diri siswa untuk mempelajari matematika. Ringkasnya, dampak langsung MPK-BM ini dapat dilihat tercapainya tujuan pembelajaran yang telah ditentukan di awal pembelajaran.

Dampak Tidak Langsung (Pengiring)

Dampak tidak langsung pembelajaran yang dilaksanakan menggunakan MPK-BM adalah meningkatnya kemampuan berpikir tingkat tinggi siswa sebagai akibat dari aktivitas pembelajaran yang memberi ruang kepada siswa untuk melatih kemampuan berpikirnya. Selain itu dengan penerapan nilai-nilai budaya dalam interaksi sosial akan membangun kesadaran siswa akan pentingnya nilai-nilai budaya dalam berinteraksi dengan sesama teman maupun kepada guru. Kesadaran terhadap nilai-nilai budaya tersebut juga berimplikasi pada penerimaan individu atas perbedaan-perbedaan yang terjadi. Perbedaan-perbedaan yang dimaksudkan dapat berupa perbedaan kemampuan antar siswa, perbedaan pendapat saat diskusi, bahkan perbedaan solusi masalah yang diberikan. Penerimaan yang diharapkan bukan berarti

menerima ketika ada pendapat yang keliru, tetapi yang dimaksud penerimaan adalah cara siswa dalam menanggapi perbedaan yang ada dengan cara-cara yang santun sehingga siswa lainnya tidak merasa dijatuhkan atau dikecilkan oleh perbedaan atau kesalahan yang mereka buat.

Petunjuk Pelaksanaan Model Pembelajaran Kalkulus Berbasis Masalah

Penerapan Sintaks MPK-BM

Setiap tahapan pada sintaks disusun secara operasional di dalam rencana pembelajaran untuk setiap pertemuannya. Dalam rencana pembelajaran dirumuskan kompetensi dasar (KD), indikator pencapaian kompetensi, materi prasyarat dan materi yang akan dipelajari. Secara garis besar, skenario kegiatan guru dan siswa untuk setiap tahapan pembelajaran beserta rincian waktu yang disediakan tertuang dalam rencana pembelajaran. Demikian pula strategi, metode, maupun teknik yang digunakan untuk mencapai kompetensi dasar yang ditetapkan.

Skenario pembelajaran yang terdapat pada rencana pembelajaran disusun mengikuti setiap langkah-langkah pembelajaran (sintaks) MPK-BM yang terdiri dari 6 langkah, yaitu: (1) menyajikan masalah, (2) mengorganisasikan siswa untuk belajar, (3) mengidentifikasi dan merumuskan masalah, (4) menyelidiki dan menyelesaikan masalah, (5) menyajikan penyelesaian masalah dan (6) mengevaluasi dan menarik kesimpulan. Perlu ditekankan bahwa kegiatan yang dilakukan guru selama proses pembelajaran adalah sebagai fasilitator dan mediator. Guru tidak boleh terlalu mendominasi siswa dalam proses pembelajaran sehingga siswa memiliki kesempatan untuk mengkonstruksi pengetahuannya sekaligus menstimulasi kemampuan berpikir tingkat tingginya. Kegiatan yang dilakukan guru untuk setiap tahapan pembelajaran dijabarkan sebagai berikut:

1. Menyajikan Masalah

Kegiatan yang dilakukan guru pada tahapan penyajian masalah, adalah:

- a) Membuka kegiatan pembelajaran dengan mengucapkan salam, menyapa siswa dan mengajak siswa berdo'a.

- b) Menyampaikan tujuan pembelajaran yang akan dicapai siswa melalui MPK-BM pada materi kalkulus dengan menggunakan media *power point*.
 - c) Memberikan apersepsi dengan memberikan pertanyaan untuk menguji pemahaman siswa tentang materi-materi prasyarat yang harus dikuasai.
 - d) Memberikan motivasi tentang manfaat penting mempelajari materi kalkulus bagi kehidupan sehari-hari atau dalam disiplin ilmu lainnya.
 - e) Menginformasikan pada siswa bahwa model pembelajaran yang digunakan adalah model pembelajaran kalkulus berbasis masalah, yaitu pembelajaran yang diawali dengan pengajuan masalah di awal pembelajaran. Kegiatan sangat penting untuk dilakukan agar seluruh siswa memahami langkah-langkah yang dilakukan selama proses pembelajaran.
 - f) Mengajukan masalah yang berkaitan dengan kehidupan nyata, disiplin ilmu yang lain, termasuk masalah-masalah dalam kalkulus itu sendiri dengan menggunakan media LKS (masalah dalam bentuk narasi dan gambar), atau *proyektor* (masalah berupa gambar bergerak, atau tayangan video). Media yang digunakan dalam penyajian masalah sebaiknya jangan monoton. Dalam hal ini, diselingi dengan media-media lainnya untuk menghindari kebosanan pada siswa.
2. Mengorganisasikan siswa untuk belajar
- a) Membagi siswa ke dalam kelompok kecil yang heterogen dan beranggotakan 4-5 orang siswa. Untuk mendukung kegiatan kolaborasi siswa dalam melakukan diskusi kelompok, maka posisi duduk siswa diarahkan untuk melingkar atau saling berhadapan sebagaimana ditunjukkan pada Gambar 4.2.



Gambar 4. 2. Siswa Diarahkan untuk Duduk Melingkar dan Saling Berhadapan

- b) Kegiatan guru selanjutnya adalah menjelaskan cara bekerjasama (kolaborasi) dengan teman dan cara berinteraksi dengan guru dalam aktivitas memecahkan masalah dengan menggunakan pola interaksi sosial yang berlandaskan nilai-nilai budaya sekaligus menanamkan nilai-nilai karakter positif.
 - c) Apabila siswa sudah memahami nilai-nilai sosial budaya tersebut, maka guru tidak perlu menjelaskan terlalu detail pada setiap aspek-aspek tersebut, tetapi cukup dengan mengingatkan secara kontinu.
 - d) Membagikan LKS yang berguna untuk memfasilitasi siswa dalam menyelesaikan masalah.
3. Mengidentifikasi dan merumuskan masalah
- a) Mengarahkan siswa untuk mengidentifikasi dan menuliskan informasi penting dalam masalah secara individu.
 - b) Meminta siswa mendiskusikan dengan teman kelompoknya untuk mendapatkan rumusan masalah.
4. Menyelidiki dan menyelesaikan masalah
- a) Meminta siswa berdiskusi dan melakukan penyelidikan untuk menentukan strategi yang digunakan untuk menyelesaikan masalah.
 - 1) Meminta siswa untuk melakukan/ mengerjakan kegiatan-kegiatan dalam LKS secara sub kelompok.
 - 2) Berkeliling mengamati kerja siswa untuk membantu siswa yang mengalami kesulitan dalam melakukan/ mengerjakan kegiatan-kegiatan dalam LKS.
 - b) Meminta siswa menentukan strategi yang akan digunakan untuk menyelesaikan masalah.
 - 1) Membantu kelompok yang mengalami kesulitan dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan yang mengarahkan siswa untuk menentukan strategi yang akan digunakan dalam menyelesaikan masalah.
 - c) Meminta siswa berdiskusi untuk menentukan solusi dari masalah dengan menggunakan strategi yang telah ditetapkan sebelumnya.
 - 1) Berkeliling mengamati kegiatan diskusi.
 - 2) Membantu kelompok yang mengalami kesulitan dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan yang mengarahkan siswa untuk menyelesaikan masalah.

- d) Meminta siswa untuk menyiapkan presentasi hasil penyelesaian masalah.
5. Menyajikan penyelesaian masalah
- Memilih kelompok yang akan mempresentasikan hasil penyelesaian masalah berdasarkan keunikan hasil diskusi kelompok.
 - Mempersilahkan siswa untuk mempresentasikan hasil penyelesaian masalah. Aktivitas presentasi dapat dilakukan dengan meminta siswa untuk menyiapkan slide presentasi, atau dengan meminta siswa untuk menuliskan pada sebuah kertas karton dan ditempelkan di depan kelas pada saat presentasi. Untuk lebih jelasnya perhatikan Gambar 4.3.



Gambar 4. 3. Siswa Melakukan Kegiatan Presentasi di Depan Kelas

- Memberikan kesempatan kepada kelompok lain untuk mengkritisi hasil kerja kelompok penyaji dan menyampaikan tanggapan berupa pertanyaan atau masukan.
6. Penilaian dan penarikan kesimpulan
- Membantu siswa mengkaji ulang hasil pemecahan masalah dengan cara menafsirkan hasil yang diperoleh, menguji kebenaran hasil dan menganalisis kebenaran proses pemecahan masalah.
 - Mengarahkan siswa untuk membuat kesimpulan dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan dan memberikan penguatan tentang konsep yang tepat dalam penyelesaian masalah.

- c) Menguji pemahaman siswa dengan memberikan pertanyaan terkait contoh dan bukan contoh yang berkaitan dengan konsep yang telah dipelajari.
- d) Menyampaikan materi yang akan dipelajari selanjutnya yaitu tentang sifat-sifat turunan fungsi.
- e) Menutup pembelajaran dengan salam

Penerapan Sistem Sosial dalam MPK-BM

Untuk melaksanakan pembelajaran menggunakan MPK-BM dengan baik, diperlukan adanya kelompok-kelompok kecil pada siswa. Alasan utamanya adalah agar siswa dapat saling berbagi pengetahuan dan gagasan dalam kelompok belajar. Dengan kelompok, siswa belajar dari dan dengan orang lain. Situasi-situasi yang terjadi dalam proses bekerja kelompok juga akan membentuk berbagai kecakapan yang diperlukan siswa. Misalnya, kecakapan interpersonal, komunikasi, maupun kecakapan belajar itu sendiri. Model pembelajaran kalkulus berbasis masalah (MPK-BM) yang dikembangkan akan optimal bila guru dan siswa dapat mengelola pola interaksi antar-anggota kelompok, dan menempatkan diri atas masalah yang diberikan. Kelompok belajar yang baik adalah kelompok yang dapat memotivasi anggotanya untuk terus belajar dan meningkatkan kecakapannya. Siswa belajar menganalisis masalah, saling berkomunikasi, berpikir, dan bekerja sama dalam kelompok. Kelompok yang baik juga dapat membuat anggotanya menyadari peran dan posisinya dalam kelompok. Kinerja masing-masing anggota maupun secara berkelompok sangat menentukan sukses tidaknya proses pembelajaran berbasis masalah. Oleh karena itu guru harus mengingatkan hal ini secara kontinu.



Gambar 4. 4. Siswa berkolaborasi untuk Menyelesaikan Masalah

Aktivitas siswa pada saat mengidentifikasi dan merumuskan masalah, dan pada kegiatan penyelidikan dan pemecahan masalah harus dikondisikan agar senantiasa terjadi kolaborasi dan setiap anggota kelompok terlibat dalam proses pembelajaran (Gambar 4.4). Sementara itu, guru senantiasa mengontrol jalannya diskusi dan memberikan bantuan pada kelompok yang mengalami kesulitan (Gambar 4.5).



Gambar 4. 5. Guru Mengontrol Diskusi dan Membantu Siswa yang Kesulitan

Interaksi antar siswa dalam pembelajaran dengan MPK-BM terjadi pada saat diskusi kelompok. Pada saat itu, mereka berkesempatan berkolaborasi, saling mempertahankan pendapat, saling bertanya, saling membantu, menanggapi, dan membuat kesepakatan untuk menentukan strategi yang tepat dalam menyelesaikan masalah. Peran guru pada saat itu adalah membimbing, mengarahkan dan mengontrol jalannya diskusi.

Penerapan Prinsip Reaksi dalam MPK-BM

Prinsip reaksi berkaitan dengan cara guru memperhatikan dan memperlakukan siswa, termasuk cara guru memberikan respon terhadap pertanyaan, jawaban, tanggapan atau apa yang dilakukan siswa selama proses pembelajaran. Pembelajaran dengan menggunakan MPK-BM dilandasi oleh teori konstruktivisme, dimana pembelajaran berpusat pada siswa sedangkan guru berperan sebagai *fasilitator*, *motivator*, *mediator* dan *evaluator* dalam pembelajaran. Untuk mewujudkan tingkah laku tersebut, guru harus memberikan kesempatan kepada siswa untuk mengungkapkan hasil pemikirannya secara terbuka, mencermati pemahaman siswa, dan memancing siswa untuk menemukan jalan keluar atas masalah yang diberikan. Guru juga memberikan kesempatan kepada siswa untuk menanggapi dan memberikan masukan teman kelompoknya maupun terhadap kelompok lain.

Prinsip Reaksi Guru saat Memfasilitasi Proses Berpikir

Saat memfasilitasi, guru harus memediasi dengan penuh selidik dan bertanya, untuk memfasilitasi konsep kunci, prinsip maupun teori. Guru selalu menjembatani dan menutup kesenjangan yang ada dalam menuntut siswa mempelajari apa yang penting dari masalah dan mendapatkan masalah terkait. Pada saat belajar kelompok, guru harus berusaha menciptakan suasana yang produktif dan menyenangkan. Guru juga mengawasi agar bahasan yang terjadi cukup komprehensif, dan kritis mengevaluasi informasi dan sumber-sumber materi yang digunakan.

Aktivitas guru dalam memfasilitasi harus menggali pendapat siswa lebih jauh dengan mengaitkan berbagai proses dalam pembelajaran berbasis masalah dengan:

- 1) Pengetahuan siswa sebelumnya,
- 2) Pengalaman siswa sebelumnya,
- 3) Konteks dunia nyata yang akan dihadapi siswa,
- 4) Konsep atau teori yang ada, baik yang sudah dipelajari maupun yang belum,
- 5) Berbagai fakta dan gagasan yang ada seputar masalah yang sedang disajikan.

Guru dapat menggunakan pertanyaan-pertanyaan pada Tabel 4.3 untuk memfasilitasi proses berpikir siswa dalam pembelajaran kalkulus dengan menggunakan model pembelajaran kalkulus berbasis masalah (MPK-BM). Pertanyaan-pertanyaan tersebut dapat diajukan jika sebagian besar siswa mengalami kesulitan. Pertanyaan dapat diajukan pada saat siswa mengidentifikasi dan merumuskan masalah (fase II), penyelidikan dan pemecahan masalah (fase III) dan pada saat penilaian dan penarikan kesimpulan (fase VI).

Tabel 4. 3. Pertanyaan untuk Memfasilitasi Siswa dalam MPK-BM

Sintaks MPK-BM	Pertanyaan yang dapat diajukan Guru
Mengidentifikasi dan merumuskan masalah (fase II)	<ol style="list-style-type: none">1. Menurut kalian, apa yang dimaksud dengan kata mendekati pada soal cerita di atas?2. Apakah nilai fungsi pada titik $x = c$ dapat ditentukan?3. Bagaimana dengan nilai fungsi di sekitar titik $x = c$? Apakah bisa ditentukan?4. Bagaimana bentuk grafik fungsinya?

Sintaks MPK-BM	Pertanyaan yang dapat diajukan Guru
	<ol style="list-style-type: none"> 5. Bagaimana model matematika yang cocok untuk menggambarkan fungsi tersebut? 6. Apa maksud kalimat menyinggung kurva? 7. Bagaimana kaitan antara kecepatan dengan turunan fungsi? 8. Apakah turunan fungsi tersebut dapat diselesaikan dengan konsep ... ?
Menyelidiki dan menyelesaikan masalah (fase III)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Apakah limit fungsi dapat ditentukan dengan metode ...? 2. Mengapa limit fungsi tersebut tidak dapat ditentukan dengan metode ...? 3. Apakah turunan fungsi dalam masalah tersebut dapat diselesaikan dengan menggunakan aturan ...? 4. Mengapa menggunakan aturan ... untuk menentukan turunan fungsi? 5. Apakah ada cara lain yang lebih efektif? 6. Bagaimana langkah-langkah menentukan turunan fungsi komposisi? 7. Rumus atau aturan apa yang bisa digunakan untuk menentukan turunan fungsi tersebut?
Mengevaluasi dan menarik kesimpulan (fase V)	<ol style="list-style-type: none"> 1. Apakah langkah-langkah yang kalian lakukan sudah benar? 2. Bagaimana limit fungsi ... jika x mendekati ...? 3. Apakah fungsi ... dapat ditentukan turunannya dengan konsep yang kita pelajari hari ini? 4. Konsep apa saja yang telah kita pelajari hari ini? 5. Jelaskan strategi yang telah kalian pelajari untuk menentukan limit fungsi. 6. Jelaskan strategi apa yang telah kalian pelajari untuk menentukan turunan fungsi.

Prinsip Reaksi Guru saat Menjelaskan/ Memberi Informasi

Prinsip reaksi guru saat menjelaskan/ memberi informasi, adalah menarik perhatian siswa agar memperhatikan penjelasan atau informasi yang diberikan. Ketika menginformasikan indikator, tujuan pembelajaran, memotivasi dan menjelaskan pola interaksi sosial budaya dalam proses pembelajaran, pastikan semua siswa mencermati dan memahami dengan baik. Untuk menjamin terwujudnya hal tersebut,

guru dapat menggunakan kata-kata atau stimulus untuk menarik perhatian siswa. Demikian pula, pada saat guru menjelaskan maksud dari masalah. Hal ini dilakukan jika ada siswa atau salah satu kelompok yang belum paham maksud dari masalah tersebut.

Kebiasaan guru dalam transfer pengetahuan dalam memberikan informasi harus dihindari. Penjelasan yang diberikan terbatas pada menghantarkan siswa pada pemahaman terhadap konsep-konsep dan aturan-aturan yang terkait dengan pemecahan masalah. Pada saat merespon siswa yang mengajukan pertanyaan, guru terlebih dahulu memberikan kesempatan pada siswa yang lain untuk menanggapi dan memberikan masukan atas pertanyaan yang diajukan temannya.

Contoh Rencana Pelaksanaan Pembelajaran (RPP) MPK-BM

RENCANA PELAKSANAAN PEMBELAJARAN (RPP)

Nama Sekolah : SMA Negeri 2 Baubau
Kelas/ Program : XI (Sebelas)/ IPA
Semester : 1 (Satu)
Mata Pelajaran : Matematika
Alokasi waktu : 2 jam pelajaran (1× pertemuan)

A. Standar Kompetensi

6. Menggunakan konsep limit fungsi dan turunan fungsi dalam pemecahan masalah.

B. Kompetensi Dasar

- 6.3 Menggunakan konsep dan aturan turunan dalam perhitungan turunan fungsi.

C. Indikator Pencapaian Kompetensi

1. Menyebutkan definisi turunan fungsi aljabar di suatu titik.
2. Menentukan turunan fungsi sederhana dengan menggunakan definisi turunan fungsi.
3. Menyebutkan jenis-jenis turunan fungsi berdasarkan konsep definisi turunan fungsi

D. Tujuan Pembelajaran

Setelah mengikuti proses pembelajaran dengan menggunakan MPK-BM siswa dapat:

1. Siswa dapat menyebutkan definisi turunan fungsi aljabar di suatu titik.
2. Siswa dapat menentukan turunan fungsi sederhana dengan menggunakan definisi turunan fungsi.
3. Siswa dapat menyebutkan jenis-jenis turunan fungsi berdasarkan konsep definisi turunan fungsi.

E. Materi Pembelajaran

1. Turunan Fungsi Aljabar

Turunan suatu fungsi f adalah suatu fungsi yang dinotasikan dengan f' sedemikian sehingga nilai fungsi ini untuk setiap nilai x dalam domain f ditentukan oleh:

Pengertian turunan fungsi

Turunan suatu fungsi f pada titik x diberikan oleh:

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x} \text{ atau } f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}; h = \Delta x$$

Dengan asumsi limit ini ada.

Turunan dari fungsi x adalah fungsi x pula. Fungsi baru ini ($f'(x)$) menentukan kemiringan garis (*slope*) singgung kurva $f(x)$ pada titik $(x, f(x))$. Proses mencari turunan (derivatif) suatu fungsi disebut "**diferensiasi**" (*differentiation*). $f'(x)$ disebut turunan (*derivative*) dari f terhadap x (f' dibaca " f aksen"). Sementara itu, bagian dari kalkulus yang berhubungan dengan turunan disebut kalkulus diferensial (*differential calculus*) (Varberg, Purcell, & Rigdon, 2007: 100).

Notasi turunan fungsi

Selain notasi $f'(x)$, terdapat notasi lain yang digunakan untuk menyatakan turunan dari $y = f(x)$ terhadap x , yaitu:

- ❖ $\frac{dy}{dx}$ dibaca " dy, dx "
- ❖ $\frac{d}{dx}[f(x)]$ dibaca " $d - f(x), dx$ "
- ❖ y' dibaca " y aksen"
- ❖ $D_x[y]$ dibaca " $d - x, y$ "

Contoh:

Tentukanlah $f'(x)$ dengan menggunakan definisi turunan fungsi, untuk $f(x) = x^3 + 2x$!

Solusi: berdasarkan definisi turunan fungsi, maka:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[(x+h)^3 + 2(x+h)] - [x^3 + 2x]}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{[\cancel{x^3} + 3x^2h + 3xh^2 + h^3 + \cancel{2x} + 2h] - \cancel{x^3} - \cancel{2x}}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{3x^2h + 3xh^2 + h^3 + 2h}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\cancel{h}(3x^2 + 3xh + h^2 + 2)}{\cancel{h}} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (3x^2 + 3xh + h^2 + 2) \\ &= 3x^2 + 3x(0) + (0)^2 + 2 \\ &= 3x^2 + 2 \end{aligned}$$

2. Jenis-jenis Turunan Fungsi

Turunan fungsi dapat digunakan untuk menentukan turunan beberapa jenis fungsi aljabar, antara lain:

a. Turunan fungsi Konstan

Misalkan $f(x) = k$ ($k =$ konstanta real). Turunan dari fungsi konstanta tersebut adalah $f'(x) = 0$

b. Turunan fungsi Identitas

Misalkan $f(x) = x$. Turunan dari fungsi identitas tersebut adalah $f'(x) = 1$

c. Turunan fungsi pangkat

Misalkan diketahui fungsi pangkat $f(x) = ax^n$, a konstanta real yang bukan nol dan n bilangan bulat positif. Turunan fungsi pangkat tersebut adalah $f'(x) = nx^{n-1}$

F. Model dan Metode Pembelajaran

1. Model Pembelajaran : Model Pembelajaran Kalkulus Berbasis Masalah (MPK-BM)
2. Metode Pembelajaran : diskusi, penemuan, tanya jawab.

G. Langkah-langkah Pembelajaran

Pertemuan I

Kegiatan Awal (15 menit)

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa	Alokasi Waktu
Fase I : Menyajikan Masalah		15'
1. Membuka kegiatan pembelajaran dengan mengucapkan salam, menyapa siswa dan mengajak siswa berdo'a.	1. Menjawab salam dari guru dan berdo'a bersama	2'
2. Menyampaikan tujuan pembelajaran (tertera pada poin D) dengan menggunakan media <i>power point</i> yang akan dicapai siswa melalui MPK-BM pada materi pengertian turunan fungsi aljabar, dan jenis-jenis turunan fungsi.	2. Menyimak dan mencermati tujuan pembelajaran yang akan dicapai, yaitu agar dapat menyebutkan pengertian turunan fungsi aljabar di suatu titik, menentukan turunan fungsi sederhana, dan menentukan solusi dari masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi	
3. Melakukan apersepsi dengan cara memberikan pertanyaan terkait dengan materi limit fungsi, misalnya: <i>"Bagaimana langkah-langkah untuk menyelesaikan bentuk tak tentu limit fungsi aljabar?"</i>	3. Menjawab pertanyaan guru tentang langkah-langkah untuk menyelesaikan bentuk tak tentu limit fungsi aljabar.	5'
4. Memberikan motivasi tentang manfaat penting mempelajari materi turunan fungsi bagi kehidupan sehari-hari atau	4. Menyimak penjelasan guru tentang kegunaan turunan dalam menentukan kecepatan se-	3'

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa	Alokasi Waktu
<p>dalam disiplin ilmu lainnya, misalnya: menentukan kecepatan sesaat benda yang diketahui fungsi posisinya, menentukan ukuran kotak korek api agar diperoleh volume maksimum dari bahan kertas yang tersedia, dan masalah matematika lainnya.</p>	<p>saat benda yang diketahui fungsi posisinya, dan menentukan ukuran kotak korek api agar diperoleh volume maksimum dari bahan kertas yang tersedia.</p>	
<p>5. Menginformasikan pada siswa bahwa model pembelajaran yang digunakan adalah model pembelajaran kalkulus berbasis masalah, yaitu pembelajaran yang diawali dengan pengajuan masalah di awal pembelajaran.</p>	<p>5. Menyimak penjelasan guru tentang model pembelajaran kalkulus berbasis masalah.</p>	2'
<p>6. Mengajukan masalah yang berkaitan dengan kehidupan nyata, disiplin ilmu yang lain, atau masalah dalam kalkulus dengan menggunakan media <i>power point</i>. Misalnya mengajukan masalah-1.</p>  <p><i>Pada sebuah kejuaraan balapan mobil Formula-1, diamati pergerakan setiap mobil balap. Pengamatan dilakukan oleh tim kemudian dilaporkan kepada sang pembalap setiap saat. Jarak tempuh salah satu mobil balap (dalam satuan puluhan meter) dari titik start pada 10 detik pertama</i></p>	<p>6. Menyimak masalah yang disampaikan oleh guru melalui <i>slide power point</i>. Bertanya jika terdapat informasi atau bahasa yang kurang jelas.</p>	3'

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa	Alokasi Waktu
diberikan oleh fungsi $f(t) = t^3$, dengan t adalah waktu tempuh ($0 \leq t \leq 10$). Tentukan kecepatan mobil balap tersebut pada saat setelah 5 detik dari titik start!		

Kegiatan Inti (70 menit)

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa	Alokasi Waktu
Fase II : Mengorganisasikan Siswa untuk Belajar		10'
1. Membagi siswa kedalam kelompok kecil yang heterogen dan beranggotakan 4-5 orang siswa.	1. Berkumpul dengan teman kelompoknya.	2'
2. Menjelaskan cara bekerjasama (kolaborasi) dengan teman dan cara berinteraksi dengan guru dalam aktivitas menyelesaikan masalah	2. Menyimak penjelasan guru. Menanyakan penjelasan yang masih belum dimengerti.	5'
3. Membagikan LKS-1 yang akan digunakan untuk memfasilitasi siswa dalam menyelesaikan masalah-1.	3. Menerima dan mencermati isi LKS-1 yang diberikan oleh guru.	3'
Fase III : Mengidentifikasi dan Merumuskan Masalah		10
1. Mengarahkan siswa untuk mengidentifikasi dan juga menuliskan informasi penting yang terdapat pada masalah-1 secara individu.	1. Memperhatikan sekaligus memahami masalah-1 yang diberikan dan menuliskan informasi penting dari masalah-1 secara individu.	3'
2. Meminta siswa mendiskusikan masalah-1 bersama dengan teman kelompoknya untuk mendapatkan rumusan masalah.	2. Melakukan diskusi bersama teman kelompok untuk memperoleh rumusan dari masalah-1 yang diberikan. a. Menanyakan kepada guru terkait kesulitan yang	7'

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa	Alokasi Waktu
<p>a. Memantau kegiatan siswa selama diskusi dalam menentukan rumusan masalah.</p> <p>b. Membantu kelompok yang mengalami kesulitan dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan yang mengarahkan siswa untuk menemukan rumusan masalah-1, misalnya: <i>"Bagaimana bentuk grafik fungsi $f(x)$?", "apa maksud dari kata menyinggung kurva?"</i></p>	<p>ditemui dalam proses perumusan masalah-1.</p> <p>b. Mencermati atau menjawab pertanyaan maupun arahan yang diberikan oleh guru dan berusaha memahami kembali masalah-1.</p>	
Fase IV : Menyelidiki dan Menyelesaikan Masalah		30'
<p>1. Meminta siswa berdiskusi dan melakukan penyelidikan untuk menentukan strategi yang akan digunakan untuk menyelesaikan masalah-1.</p> <p>a. Meminta siswa untuk melakukan/ mengerjakan kegiatan-1 dan kegiatan-2 secara sub kelompok.</p> <p>b. Berkeliling mengamati kerja siswa untuk membantu siswa yang mengalami kesulitan dalam melakukan/ mengerjakan kegiatan-1 dan kegiatan-2.</p>	<p>1. Melakukan diskusi dan penyelidikan untuk menentukan strategi yang akan digunakan dalam menyelesaikan masalah-1.</p> <p>a. Melakukan/ mengerjakan kegiatan-1 secara sub kelompok.</p> <p>b. Bertanya pada guru jika mengalami kesulitan dalam melakukan/ mengerjakan kegiatan-1 dan kegiatan-2</p> <p>c. Mencermati arahan dari guru dan terus mencoba menyelesaikan kegiatan-1 dan kegiatan-2.</p>	15'
<p>2. Meminta siswa menentukan strategi yang akan digunakan untuk menyelesaikan</p>	<p>2. Menentukan strategi yang akan digunakan untuk menyelesaikan masalah-1.</p> <p>a. Menjawab pertanyaan dari</p>	2'

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa	Alokasi Waktu
<p>masalah-1</p> <p>a. Membantu kelompok yang mengalami kesulitan dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan yang mengarahkan siswa untuk menentukan strategi yang akan digunakan dalam menyelesaikan masalah-1, misalnya: <i>"Apakah fungsi yang terdapat dalam masalah-1 dapat diselesaikan dengan menggunakan turunan fungsi pangkat?"</i></p>	<p>guru dan berusaha menentukan strategi yang akan digunakan untuk menyelesaikan masalah-1.</p>	
<p>3. Meminta berdiskusi untuk menentukan solusi dari masalah-1 dengan menggunakan strategi yang telah ditetapkan sebelumnya.</p> <p>a. Berkeliling kegiatan diskusi dan membantu kelompok.</p> <p>b. Membantu kelompok yang mengalami kesulitan dengan memberikan pertanyaan-pertanyaan yang sifatnya untuk mengarahkan siswa dalam menyelesaikan masalah-1, misalnya: <i>"Bagaimana rumus untuk menentukan turunan fungsi pangkat?"</i></p>	<p>3. Berdiskusi untuk menentukan solusi dari masalah-1 dengan menggunakan strategi yang telah ditetapkan sebelumnya.</p> <p>a. Bertanya kepada guru jika mengalami kesulitan dalam menentukan solusi dari masalah-1</p> <p>b. Menjawab pertanyaan dari guru dan berusaha menentukan solusi dari masalah-1.</p>	10'
<p>4. Meminta siswa untuk menyiapkan presentasi hasil penyelesaian</p>	<p>4. Menuliskan hasil penyelesaian masalah untuk presentasi di depan kelas.</p>	3'

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa	Alokasi Waktu
masalah.		
Fase V : Menyajikan Penyajian Masalah		15'
1. Memilih kelompok yang akan mempresentasikan penyelesaian masalah berdasarkan keunikan hasil diskusi kelompok.	1. Bersiap untuk mempresentasikan hasil kerja kelompoknya di depan kelas.	2'
2. Mempersilahkan siswa untuk mempresentasikan hasil penyelesaian masalah.	2. Kelompok penyaji mempresentasikan hasil kerja kelompoknya di depan kelas.	10
3. Memberikan kesempatan kepada kelompok lain untuk mengkritisi hasil kerja kelompok penyaji dan menyampaikan tanggapan berupa pertanyaan atau masukan. a. Membantu kelompok lain untuk mengkritisi hasil kerja kelompok penyaji dengan memberikan pertanyaan, misalkan: "Adakah alternatif jawaban lain dari masalah-1?", "apakah masalah-1 dapat diselesaikan dengan menggunakan cara lain?"	3. Kelompok lain membandingkan hasil kerja kelompoknya dengan hasil penyaji, kemudian mengevaluasi/mengecek hasil kerja kelompoknya. a. Jika terdapat perbedaan hasil maupun cara, maka kelompok lain mengajukan pertanyaan atau memberikan masukan. b. Tanggapan maupun pertanyaan disampaikan dengan lugas dan menggunakan bahasa yang santun.	3'

Kegiatan Akhir (10 menit)

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa	Alokasi Waktu
Fase VI : Mengevaluasi dan Menarik Kesimpulan		10'
1. Membantu siswa mengkaji ulang hasil pemecahan masalah dengan cara menafsirkan hasil yang diperoleh, menguji kebenaran hasil dan menganalisis kebenaran proses pemecahan masalah.	1. Mencermati proses penyelesaian masalah yang telah dilakukan, dan mencatat hal-hal penting.	4'
2. Mengarahkan siswa untuk membuat kesimpulan dengan mengajukan pertanyaan dan memberikan penguatan terkait konsep yang tepat dalam penyelesaian masalah. Pertanyaan yang diajukan misalnya: <i>"apa yang dimaksud dengan turunan fungsi di satu titik", "bagaimana turunan fungsi konstan?"," bagaimana turunan fungsi identitas". "bagaimana solusi dari masalah-1 jika fungsinya dimodifikasi menjadi...."</i> .	2. Menjawab pertanyaan pertanyaan yang diajukan oleh guru dan menuliskan konsep yang	2'
3. Menguji pemahaman siswa dengan memberikan pertanyaan terkait contoh dan bukan contoh yang berkaitan dengan konsep yang telah dipelajari. pertanyaan yang diajukan misalnya: <i>"Andaikan $f(x) = 2x$. Apakah $f'(x) = 1$?", "Misalkan $g(x) = 3x^2 + 2x$. Apakah $g'(x)$ dapat ditentukan dengan menggunakan konsep yang kita pelajari hari ini?"</i>	3. Menjawab pertanyaan guru.	2'
4. Menyampaikan materi yang akan dipelajari selanjutnya yaitu tentang sifat-sifat turunan	4. Menyimak arahan atau penyampaian dari guru.	1'

Kegiatan Guru	Kegiatan Siswa	Alokasi Waktu
fungsi.		
5. Menutup pembelajaran dengan mengucapkan salam	5. Menjawab salam dari guru	1'

H. Alat dan Sumber Belajar

1. Alat : Laptop, LCD.

2. Sumber Belajar:

- Larson, R., Hostetler, R., & Edward, B. H. (2008). *Essential Calculus: Early transcendental function*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- Stewart, J. (2009). *Kalkulus*. (C. Sungkono, Übers.) Jakarta: Salemba Teknika.
- Sukino. (2007). *Matematika untuk SMA kelas XI*. Jakarta: Erlangga.
- Varberg, D., Purcell, E. J., & Rigdon, S. E. (2007). *Calculus with Differential Equations* (9th Ausg.). Prentice Hall: Pearson.
- Wirodikromo, S. (2007). *Matematika untuk SMA Kelas XI*. Jakarta: Erlangga

I. Penilaian Hasil Belajar

- Teknik penilaian: tes tertulis
- Bentuk instrumen: tes pilihan ganda.
- Kisi-kisi instrumen penilaian.

Kompetensi dasar	Indikator Soal	Nomor Soal
6.4 Menggunakan turunan untuk menentukan karakteristik suatu fungsi dan memecahkan masalah	1. Menyebutkan definisi turunan fungsi aljabar di suatu titik.	1
	2. Menentukan turunan fungsi sederhana dengan menggunakan definisi turunan fungsi.	2
	3. Menyebutkan jenis-jenis turunan fungsi berdasarkan konsep definisi turunan fungsi	3

4. Contoh Instrumen:

1. Berikut ini yang merupakan definisi turunan fungsi aljabar di titik $x = c$ adalah....

A. $f'(x) = \lim_{h \rightarrow c} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

B. $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$

C. $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(x)}{h}$

D. $f'(x) = \lim_{h \rightarrow c} \frac{f(c+h) - f(c)}{h}$

E. $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h}$

2. Untuk menentukan turunan pertama suatu fungsi, dapat digunakan definisi turunan fungsi. Pernyataan berikut yang menunjukkan hubungan yang tepat antara fungsi $f(x)$ dan $f'(x)$ adalah....

A. Jika $f(x) = 2x$, maka $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h) - 2x}{h}$

B. Jika $g(x) = 2x + 1$, maka $g'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h+1) - (2x+1)}{h}$

C. Jika $h(x) = 2x - 1$, maka $h'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h) - 1 - (2x-1)}{h}$

D. Jika $k(x) = 2x + x$, maka $k'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h) + x - (2x+x)}{h}$

E. Jika $p(x) = 2x - x$, maka $p'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h) - (x+h) - 2x - x}{h}$

3. Diketahui himpunan $K = \{a, b \mid a = \text{fungsi konstan}; b = \text{fungsi identitas}\}$ dengan dan himpunan $L = \{c, d \mid c = 1, d = 0\}$. Berdasarkan informasi tersebut, maka himpunan pasangan berurutan yang menunjukkan pemetaan dari K ke L dengan aturan $K' = L$ adalah....

A. $\{(a, c), (b, d)\}$

B. $\{(a, d), (b, d)\}$

C. $\{(a, c), (b, c)\}$

D. $\{(a, d), (b, c)\}$

E. $\{(a, a), (b, d)\}$

J. Pedoman Penskoran

Adapun pedoman penskoran yang digunakan adalah sebagai berikut:

Jawaban benar = 1

Jawaban salah = 0

Nilai yang diperoleh = $\frac{\text{jumlah skor benar}}{\text{jumlah skor maksimal}} \times 100$

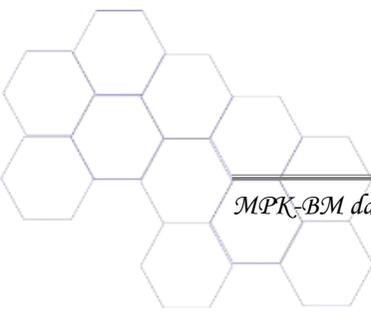
....., 2017.

Kepala SMA Negeri 2 Baubau,

Guru Mata Pelajaran,

.....

Hasan Djidu, M.Pd.



Contoh Lembar Kegiatan Siswa Model Pembelajaran Kalkulus Berbasis Masalah (MPK-BM)

Kelompok:

LEMBAR KEGIATAN SISWA (LKS)-1

Materi Pokok : Limit fungsi yang mengarah ke konsep turunan
Materi Prasyarat : fungsi, grafik fungsi, gradien garis, limit fungsi aljabar
Tujuan Pembelajaran :

Setelah mengikuti proses pembelajaran dengan menggunakan MP-BM siswa dapat:

1. Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan turunan fungsi aljabar sederhana di suatu titik.

Penyajian masalah

Masalah-1



Pada sebuah kejuaraan balapan mobil Formula-1, diamati pergerakan setiap mobil balap. Pengamatan dilakukan oleh tim kemudian dilaporkan kepada sang pembalap setiap saat. Jarak tempuh salah satu mobil balap (dalam satuan puluhan meter) dari titik *start* pada 10 detik pertama diberikan oleh fungsi $f(t) = t^3$, dengan t adalah waktu tempuh ($0 \leq t \leq 10$). Tentukan kecepatan mobil balap tersebut setelah 5 detik dari titik start!

Pengorganisasian siswa untuk belajar

Diskusikan masalah di atas dengan teman kelompokmu

Menyelesaikan Masalah-1

Identifikasi dan perumusan masalah

Informasi penting dari masalah yang dibutuhkan untuk menyelesaikan masalah-1 adalah

.....

.....

.....

.....

.....

.....



Penyelidikan dan pemecahan masalah

Lakukan penyelidikan dengan menyelesaikan kegiatan-1 dan kegiatan-2 untuk membantu kalian dalam menentukan strategi yang tepat dalam menyelesaikan masalah-1

Strategi yang dapat digunakan untuk menyelesaikan masalah-1 adalah

.....

.....

.....

.....

.....

Dengan menggunakan strategi tersebut, maka diperoleh kecepatan mobil balap tersebut adalah

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Presentasi hasil pemecahan masalah

Presentasikan hasil kerja kelompok kalian di depan kelas

Penilaian dan penarikan kesimpulan

Kesimpulan

Buatlah kesimpulan dari hasil pemecahan masalah-1, tuliskan konsep apa saja yang telah kalian pelajari

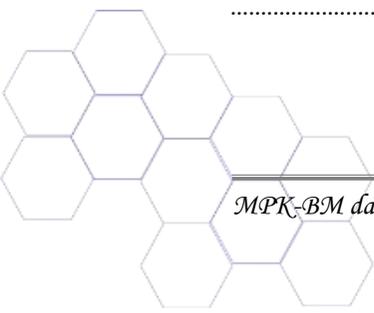
.....

.....

.....

.....

.....



Nama:

LEMBAR KEGIATAN SISWA (LKS) - 1.a

Materi Pokok : Limit fungsi yang mengarah ke konsep turunan
Materi Prasyarat : fungsi, grafik fungsi, gradien garis, limit fungsi aljabar
Tujuan Pembelajaran :

Setelah mengikuti proses pembelajaran dengan menggunakan MP-BM siswa dapat:

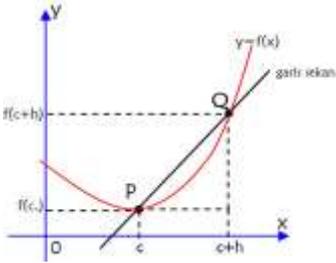
- 1. Menyebutkan pengertian turunan fungsi aljabar di suatu titik.
- 2. Menentukan turunan fungsi sederhana dengan menggunakan definisi turunan fungsi.

Kegiatan-1 (Menemukan definisi turunan fungsi)

Gambar di samping adalah grafik fungsi $y = f(x)$. Garis k dikatakan menyinggung kurva $y = f(x)$ jika garis k tepat melewati 1 titik pada kurva tersebut. Jika Garis k adalah garis singgung kurva $y = f(x)$ di titik $x = c$, tentukan kemiringan (gradien) garis k .

Untuk menyelesaikan masalah di atas, jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut

- a. Sebelum menentukan gradien garis singgung kurva $y = f(x)$, terlebih dahulu perhatikan gambar berikut, kemudian jawablah pertanyaan-pertanyaan yang diberikan.



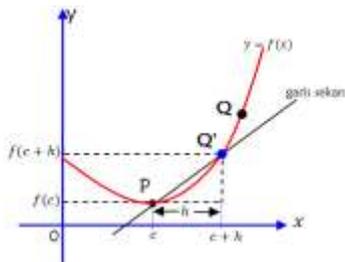
Koordinat titik P adalah

Koordinat titik Q adalah

Kemiringan garis sekan=



Jika titik Q digeser menjadi titik Q', apakah yang akan terjadi dengan nilai h?



.....

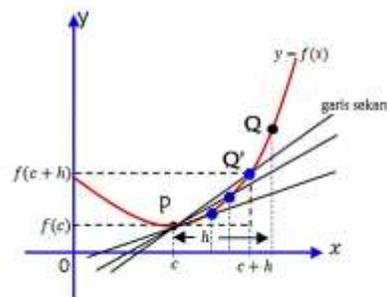
.....

.....

.....

.....

Jika titik Q digeser terus menerus hingga mendekati titik P, bagaimana nilai h?



.....

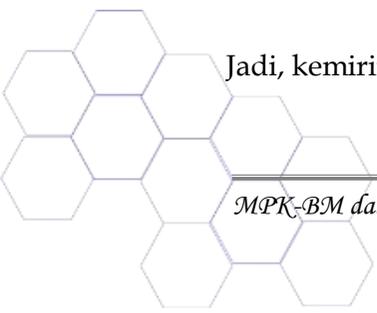
.....

.....

.....

.....

Jadi, kemiringan garis sekan pada saat titik Q mendekati titik P adalah



.....

.....

.....

.....

Nilai limit tersebut menentukan kemiringan garis singgung kurva $y = f(x)$ di $x = c$,

Kemiringan garis singgung tersebut merupakan turunan fungsi f di $x = c$, atau dinotasikan dengan $f'(c)$.

Jika nilai limitnya ada, fungsi f dikatakan memiliki turunan (diferensiabel) di x dan f' disebut turunan dari f .

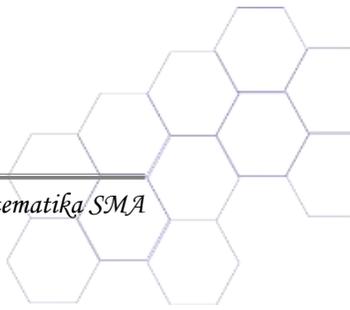
Dengan demikian turunan fungsi f di x , adalah

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \dots\dots\dots$$

Notasi turunan fungsi

Selain notasi $f'(x)$, terdapat notasi lain yang digunakan untuk menyatakan turunan dari $y=f(x)$ terhadap x , yaitu:

- ❖ $\frac{dy}{dx}$ dibaca “ dy, dx ”
- ❖ $\frac{d}{dx}[f(x)]$ dibaca “ $d - f(x), dx$ ”
- ❖ y' dibaca “ y aksen”



Nama:

LEMBAR KEGIATAN SISWA (LKS) - 1b

Materi Pokok : Limit fungsi yang mengarah ke konsep turunan
Materi Prasyarat : fungsi, grafik fungsi, gradien garis, limit fungsi aljabar

Tujuan Pembelajaran :
Setelah mengikuti proses pembelajaran dengan menggunakan MPK-BM ini siswa dapat:

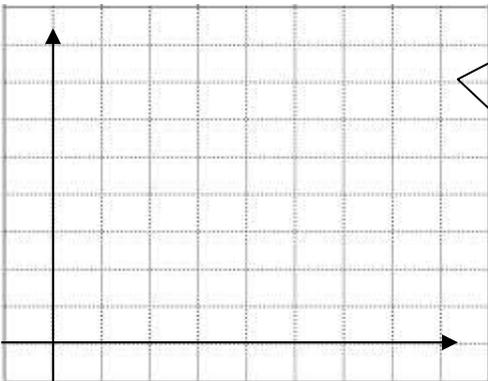
1. Menyebutkan jenis-jenis turunan fungsi berdasarkan konsep definisi turunan fungsi

Kegiatan-2 (jenis-jenis turunan fungsi)

Menentukan turunan fungsi konstan
Diketahui suatu fungsi ditentukan oleh $y = g(x) = 5$. Gambarkan grafik fungsi tersebut pada bidang kartesius kemudian tentukan kemiringan garis singgung kurva $g(x)$ di titik $x = 2$.

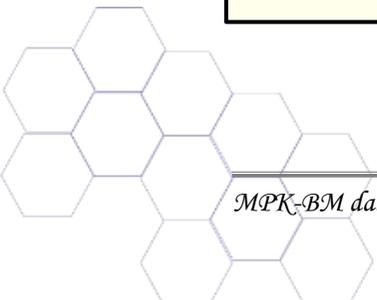
Untuk menentukan turunan fungsi konstan ikuti langkah-langkah berikut:

Gambar grafik fungsi $y = g(x) = 5$ yaitu:



Perhatikan grafik fungsi $g(x) = 5$ yang telah kalian buat
Bentuk Grafik fungsi tersebut adalah
.....
.....

Ingat kembali bahwa kemiringan garis singgung kurva $y = f(x)$ di titik $x = c$ adalah

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(c+h) - f(c)}{h}$$


Kemiringan garis singgung kurva $g(x) = 5$ di $x = 2$ yaitu:

$$g'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \dots\dots\dots$$

Sehingga kemiringan garis singgung $g(x) = 5$ di $x = 2$ adalah....

Think Again!
Kemiringan garis singgung kurva $g(x)=5$ di $x = 10$ adalah.....
Kemiringan garis singgung kurva di $g(x) = 5$ di $x = 15$ adalah.....
Kemiringan garis singgung kurva di $g(x) = 5$ sebarang titik x

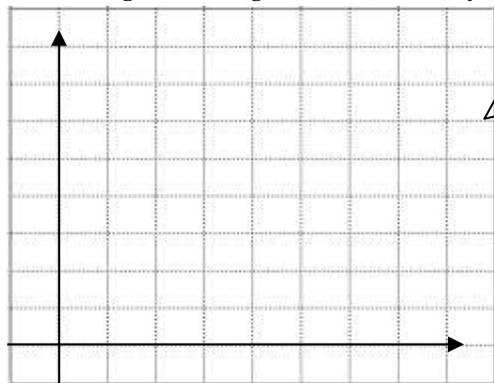
Kesimpulan:

.....
.....
.....
.....

Menentukan turunan fungsi identitas
Diketahui suatu fungsi ditentukan oleh $y = h(x) = x$. Gambarkan grafik fungsi tersebut pada bidang kartesius kemudian tentukan kemiringan garis singgung kurva $h(x)$ di titik $x = 3$.

Untuk menentukan turunan fungsi identitas, ikuti langkah-langkah berikut:

Gambar grafik fungsi $y = h(x) = x$ yaitu:



Perhatikan grafik fungsi $h(x) = x$ yang telah kalian buat
Bentuk Grafik fungsi $h(x) = x$ adalah
.....

Kemiringan garis singgung kurva $h(x) = x$ di $x = 3$ yaitu:



$$h'(3) = \lim_{h \rightarrow 0}$$

.....

.....

Jadi kemiringan garis singgung $h(x) = x$ di $x = 3$ adalah.....

Think Again!

Kemiringan garis singgung kurva $h(x) = x$ di $x = 8$ adalah.....

Kemiringan garis singgung kurva di $h(x) = x$ di $x = 12$ adalah.....

Kemiringan garis singgung kurva di $h(x) = x$ sebarang titik x

Kesimpulan:

.....

.....

.....

.....

Menentukan turunan fungsi pangkat

Diketahui suatu fungsi ditentukan oleh $f(x) = 3x^2$. Tentukan turunan fungsi f di sebarang titik x dengan menggunakan rumus

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Untuk menentukan turunan fungsi pangkat ikuti langkah-langkah berikut:

Turunan fungsi $f(x) = 3x^2$ dengan menggunakan rumus

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$
 adalah sebagai berikut:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \dots\dots\dots$$

.....

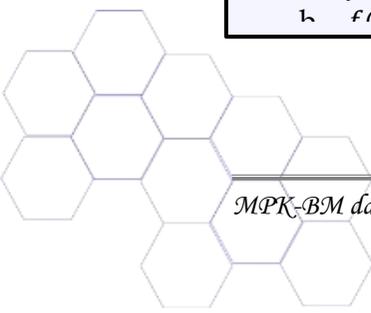
.....

Think Again!

Gunakan rumus $f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ untuk menentukan turunan fungsi berikut

a. $f(x) = 2x^3$

b. $f(x) = -2x^4$



Tuliskan langkah pada buku catatanmu kemudian tuliskan hasilnya pada tabel di bawah

Perhatikan Pola yang terbentuk

$f(x)$	$x^0 = 1$	x^1	$3x^2$	$2x^3$	$3x^4$...	$a \cdot x^n$
$f'(x)$	0

Kesimpulan:

Berdasarkan tabel di atas, dapat dilihat bahwa jika $f(x) = ax^n$, maka

$f'(x) =$

.....

.....

.....

.....

Latihan

- Kerjakan soal berikut untuk mengasah kemampuan kalian dalam materi turunan fungsi.**
1. Tentukan $f'(x)$ dari fungsi yang diberikan.
 - a. $f(x) = 12$
 - b. $f(x) = 4x^2$
 - c. $f(x) = \frac{1}{2}x^4$
 - d. $f(x) = \sqrt{x}$
 2. Sebuah mobil bergerak lurus dengan persamaan gerak $S = f(t) = 2t^2$ (S dalam meter dan t dalam detik). Tentukan kecepatan mobil pada saat $t = 15$ detik.
 3. Luas daerah sebuah persegi dapat ditentukan dengan menggunakan rumus $L = s \times s$, dengan s adalah panjang sisi persegi tersebut. Hal tersebut menunjukkan luas daerah suatu persegi dipengaruhi ukuran sisinya.

Daftar Pustaka

Alexon, & Sukmadinata, N. S. (2010). Pengembangan model pembelajaran terpadu berbasis budaya untuk meningkatkan apresiasi siswa terhadap budaya lokal. *Cakrawala pendidikan*, XXIX(2), 189-203.



- Arends, R. I. (2012). *Learning to teach* (9th ed.). NY: McGraw-Hill Companies, Inc.
- Eggen, P., & Kauchak, D. (2012). *Strategi dan model pembelajaran: Mengajarkan Konten dan keterampilan berpikir (Strategie and models for teachers: Teaching content and thinking skills)*. (6th ed.). (S. Wahono, Trans.) Boston: Pearson.
- Larson, R., Hostetler, R., & Edward, B. H. (2008). *Essential calculus: Early transcendental function*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- Stewart, J. (2009). *Kalkulus*. (C. Sungkono, Trans.) Jakarta: Salemba Teknika.
- Sukino. (2007). *Matematika untuk SMA kelas XI*. Jakarta: Erlangga.
- Tan, O.-S. (2003). *Problem-based learning innovation-using problems to power learning in the 21st century*. Singapore: Cengage Learning.
- Tan, O.-S. (2004). *Enhancing Thinking through problem-based learning approaches*. Singapore: Cengage Learning.
- Varberg, D., Purcell, E. J., & Rigdon, S. E. (2007). *Calculus with Differential Equations* (9th ed.). Prentice Hall: Pearson.
- Wirodikromo, S. (2007). *Matematika untuk SMA Kelas XI*. Jakarta: Erlangga.